B.A.- 3RD SEMESTER PRACTICAL FILE

GEOGRAPHY

allfiles.in

INDEX

S.No.	Date	Name of Practical	Page No.	Signature
1-		भूगोल में सांख्यिकीय पद्धतियों का महत्व	1 – 8	
2-		आँकड़े संकलन के स्रोत	9 – 10	
3-		मापन एवं इसके प्रकार	11 – 14	
4-		सारणीयन	15 – 19	
5-		आवृत्ति वितरण एवं उनका बिन्दु-रेखीय प्रदर्शन	20 – 46	
6-		विभाजन मूल्य	47 – 50	
7-		केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप, अपकिरण एवं सह-सम्बन्ध	51 – 60	
8-		प्रायिकता	61 – 62	
9-		प्रतीपगमन विश्लेषण	63 – 66	
10-		यन्त्रीय सर्वेक्षण - सेक्सटैन्ट	67 – 71	

प्रयोग संख्या – 1

⇒ भूगोल में सांख्यिकीय पद्धतियों का महत्व :-

'सांख्यिकीय' शब्द का प्रयोग आज के युग में दो रूपों में किया जाता है। एकवचन तथा बहुवचन। प्राचीन काल में जब सांख्यिकीय का अधिक विकास नहीं हो पाया था तो इसको बहुवचन अर्थात् 'समंकों' के रूप में ही स्वीकार किया जाता था परन्तु आगे चलकर इस विज्ञान के पूर्ण विकास करने पर इसको एकवचन अर्थात् 'सांख्यिकीय विज्ञान के रूप में भी प्रयुक्त किया जाने लगा।

⇒ सांख्यिकी की परिभाषा :-

सांख्यिकी को एक स्वतन्त्र शास्त्र के रूप में जन्म देने का श्रेय जर्मनी के विद्वान 'गोटफ्राइड आकेनवाल' को प्राप्त है गोटफ्राइड ने 1749 में सांख्यिकी को मानव ज्ञान की एक विशिष्ट शाखा माना था। सुविधा की दृष्टि से सांख्यिकी की परिभाषा संख्याशास्त्रियों तथा अर्थशास्त्रियों ने निम्न प्रकार बताया है —

1- वेब्स्टर शब्दकोश → "समंक किसी राज्य के व्यक्तियों की दशा से सम्बन्धित वर्गीकृत तथ्य, विशेष रूप से ऐसे तथ्य हैं जिन्हें संख्याओं या संख्याओं की सारणियों के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।"

2- बॉउले → "अनुसंधान के किसी विभाग में ऐसे तथ्यों के संख्यात्मक विवरणों को समंक कहते हैं जिन्हें एक-दूसरे की तुलना में रखा गया है।

3. आकेनवाल →
"राज्यों से सम्बान्धित दोनों प्रकार के ऐतिहासिक व विवरणात्मक महत्वपूर्ण तथ्यों का संग्रह समंक है।"

4. यूल एवं केण्डाल →
"समंकों से तात्पर्य उन आँकड़ों से है जो पर्याप्त सीमा तक अनेक प्रकार के कारणों से प्रभावित होते हैं।"

⇛ समंकों (सांख्यिकी) की विशेषताएँ:-

(i) तथ्यों के समूह :- इसका अभिप्राय यह है कि केवल एक तथ्य, भले ही उसे संख्याओं में व्यक्त किया गया हो, जैसे यदि किसी व्यक्ति की लम्बाई 5 feet हो तो केवल यह संख्याओं का समंक नहीं कहलाएगी। एक से अधिक तथ्य समंक हो सकते हैं।

(ii) तथ्यों का संख्यात्मक विवरण :- संख्याओं के प्रस्तुत तथ्य ही समंक कहलाते हैं। अच्छा - बुरा, जवान - बूढ़ा, गरीब - धनी, तेज - कमजोर आदि का सांख्यिकी में अध्ययन नहीं होता। यदि कहा जाए कि महेश काला है, रीता गोरी है तो यह समंक नहीं कहा जाएगा।

(iii) अनेक कारणों से प्रभावित :- समंको पर केवल किसी एक कारण का ही प्रभाव नहीं पड़ता, बल्कि वे विविध कारणों से प्रभावित होते हैं। यदि कहा जाए कि भारत में 1997 में जूट का उत्पादन 40 हजार टन हुआ, जबकि 1994 में 30.70 टन ही था तो यह मानना होगा कि ऐसा किसी एक कारण से नहीं, बल्कि कई कारणों का एक साथ प्रभाव पड़ा होगा। जैसे - वर्षा ठीक हुई होगी, खाद का समुचित

प्रयोग किया गया होगा, बीज अच्छा दिया गया होगा, मजदूरों ने अपना कार्य परिश्रम से किया होगा आदि। विविध कारणों द्वारा प्रभावित होने के कारण ही समंक का सांख्यिकीय विश्लेषण आवश्यक होता है।

(iv) उचित मात्रा की शुद्धता :- समंकों के संग्रहण में शुद्धता की यथोचित मात्रा का होना आवश्यक है। शुद्धता का उचित स्तर क्या हो यह बात अनुसंधान के क्षेत्र, उद्देश्य तथा साधन इत्यादि अनेक कारणों पर निर्भर करती है। उदाहरण के लिए, इलाहाबाद से कानपुर की दूरी का माप करने में K.M. तक शुद्धता ही अपेक्षित है, परन्तु पृथ्वी से सूर्य की दूरी का अनुमान लगाने में हजारों K.m तक भी छोड़ा जा सकता है।

(v) पूर्व-निश्चित उद्देश्य :- वे ही संख्यात्मक तथ्य समंक होते हैं जिनका संकलन किसी पूर्व-निश्चित उद्देश्य के लिए किया जाता है। उद्देश्य-विहीन आँकड़े समंक नहीं कहलाते।

(vi) गणना अथवा अनुमान :- समंकों का संग्रहण गणना अथवा अनुमान द्वारा किया जा सकता है। गणना से समंक-संग्रहण करना एक लम्बी प्रक्रिया है। ऐसा तभी किया जाता है जब अनुसंधान किया जा रहा क्षेत्र सीमित हो। विस्तृत सर्वोत्तम अनुमान द्वारा ही समंक एकत्र किए जाते हैं।

⇛ प्राचीन मत की अपूर्ण एवं संकुचित परिभाषाएँ :-

इस वर्ग के अन्तर्गत जो परिभाषाएँ आती है उनमें सांख्यिकी शब्द का उपयोग बहुत ही संकुचित अर्थ में किया गया है।

1- **बायलफेल्ड :-**
"सांख्यिकी वह विज्ञान है जो हमें यह अवगत कराता है कि ज्ञात संसार के समस्त आधुनिक राज्यों की ही राजनैतिक व्यवस्था क्या है।"

2- **बॉडिंगटन :-**
"सांख्यिकी अनुमान एवं सम्भावना सम्बन्धी शास्त्र है।"

3- **पर्सन तथा हार्लोज :-**
"सांख्यिकी तथ्यों के समूह को प्रयोग में लाने का विज्ञान एवं कला है।

4- **प्रोफेसर बॉउले :-** ने सांख्यिकी की अनेक परिभाषाएँ दी है:

(i) "सांख्यिकी सामाजिक व्यवस्था को सम्पूर्ण मानकर उसके सभी प्रत्यक्षीकरणों में माप करने का विज्ञान है।"

(ii) "सांख्यिकी गणना का विज्ञान है।"

(iii) "सांख्यिकी को उचित रूप से माध्यों (Avg.) का विज्ञान कहा जा सकता है।"

⇛ ऑंकड़ों के रूप में 'सांख्यिकी' तथा विधि के रूप में 'सांख्यिकी' में अन्तर :-

आँकड़ों के रूप में सांख्यिकी	विधि के रूप में सांख्यिकी
1. ये परिमाणात्मक होते हैं।	1. ये क्रियाएँ हैं।
2. ये वर्णनात्मक होते हैं।	2. ये विश्लेषण के यन्त्र हैं।
3. विश्लेषण के यन्त्रों के प्रयोग के बिना इनका कोई अर्थ नहीं।	3. संयन्त्रों का प्रयोग करने के लिए आँकड़ों की उपलब्धि के बिना विश्लेषण यन्त्र बेकार पड़े रहते हैं।
4. ये प्राय: मूल अवस्था में होते हैं।	4. ये मूल आँकड़ों को व्यवस्थीकरण, सारणीकरण तथा व्याख्या करने में सहायता करते हैं।

⇛ सांख्यिकी का क्षेत्र :- (Scope of Statistics)

सांख्यिकी का उदय राज्य से सम्बन्धित आंकड़ों को एकत्रित करने से हुआ लेकिन वर्तमान तक आते -2 इसका क्षेत्र इतना विकसित हो चुका है कि यह जीवन के प्रत्येक क्षेत्र में उपयोगी सिद्ध हो रही है।

सांख्यिकी की विषय सामग्री को दो भागों में विभाजित कर अध्ययन किया जा सकता है। :-

(I) सांख्यिकी विधियाँ

(II) व्यवहारिक सांख्यिकी

सांख्यिकीय विधियाँ :–

ये वे विधियाँ हैं जिनकी सहायता से आँकड़ो का संग्रहण, वर्गीकरण तथा सारणीयन करके तुलन की जाती है और निष्कर्ष निकाले जाते हैं।
इस परिभाषा के अनुसार सांख्यिकी की रीतियों को निम्नलिखित भागों में बाँटा जा सकता है:

(i) आँकड़ों का संग्रहण :–
इसके अन्तर्गत उन नियमों का प्रयोग होता है जो आँकड़ों के संग्रहण से सम्बान्धित हैं। इसमें यह निश्चित किया जाता है कि आँकड़े कब, कहाँ से और किस रीति से एकत्र किए जाएँ।

(ii) प्रबन्धन :–
जब आँकड़ों का संग्रहण पूरा हो जाता है तो उनको व्यवस्थित रूप से संयोजित करना आवश्यक होता है। इस कार्य में दो क्रियाओं का प्रयोग होता हैं। वर्गीकरण और सारणीयन।

(iii) संक्षिप्तीकरण :–
अनेक अंक बहुत बड़े होते हैं जिन्हें याद रखने में कठिनाई उत्पन्न होती है अतः उनको सरल बनाने के लिए लाखों, करोड़ों, या हजारों में संक्षिप्त कर दिया जाता है।

(iv) विश्लेषण :–
समंकों का वर्गीकरण तथा सारणीयन करने के पश्चात् प्रायः निम्न उपकरणों, जैसे – माध्य रेखाचित्र, ~~सहब~~ सहसम्बन्ध इत्यादि द्वारा विश्लेषण किया जाता है।

(v) निर्वाचन :–
व्यवस्थित रूप में प्राप्त तथ्यों के आधार पर भविष्य के लिए अनुमान लगाए जाते हैं।

(vi) पूर्वानुमान :– कई बर्षों से प्राप्त तथ्यों के आधार पर भविष्य में अनुमान लगाए जाते हैं।

व्यवहारिक सांख्यिकी :-

सांख्यिकी विधियाँ सांख्यिकी पुस्तक का वह भाग है जिसमें हम सांख्यिकी के विभिन्न माध्यों और मापों का सैद्धान्तिक अध्ययन करते हैं जबकि व्यवहारिक सांख्यिकी में मानव जीवन के विभिन्न आयामों में, प्रत्येक क्षेत्र से सम्बन्धित सूचनाओं को संख्यात्मक तथ्यों के उदाहरण लेकर उनका प्रायोगिक रूप में अध्ययन किया जाता है।

(i) **वर्णनात्मक व्यावहारिक सांख्यिकी :-** इसमें भूत या वर्तमान में एकत्रित समंकों का अध्ययन किया जाता है ऐसे समंकों का केवल ऐतिहासिक महत्व ही होता है।

(ii) **व्यावसायिक सांख्यिकी :-** इसमें व्यवसाय से सम्बन्धित समस्याओं का अध्ययन, विश्लेषण एवं समस्याओं के समाधान करने में सांख्यिकीय विधियों का प्रयोग किया जाता है।

(iii) **वैज्ञानिक व्यावहारिक सांख्यिकी :-** इसके अन्तर्गत वैज्ञानिक अनुसंधान की दृष्टि से या नए सिद्धान्त के प्रतिपादन के उद्देश्य से समंकों का संकलन, विश्लेषण व निर्वचन आदि किया जाता है।

⇒ सांख्यिकी का महत्व :-

वर्तमान युग को सांख्यिकी युग कहा जाए तो अतिशयोक्ति नहीं हैं। श्री रोर्मी ने सही कहा है "जब आधुनिक युग का इतिहास अन्तिम रूप में लिखा जाएगा तब हम पढ़ेंगे कि इसका प्रारम्भ वाष्प-युग से हुआ एवं विद्युत-युग से होता हुआ सांख्यिकी युग तक पहुँच गया।" सांख्यिकी का प्रयोग अब सर्वव्यापी हो गया है। जहाँ भी तथ्यों को अंकों में व्यक्त किया जा सकता है। वहीं सांख्यिकी का प्रयोग होता होता है।

(i) व्यापार, उद्योग व वाणिज्य में सांख्यिकी का महत्व :-

आजकल उद्योग और व्यापार इतना जटिल हो गया है कि सफलता प्राप्त करने के लिए अनेकानेक नवीनतम समस्याओं को हल करना पड़ता है। इन समस्याओं को हल करने के लिए सांख्यिकीय उपकरणों एवं विधियों का प्रयोग अत्यन्त आवश्यक हो गया है।

(ii) आर्थिक नियोजन के क्षेत्र में सांख्यिकी का महत्व :-

विश्व के सभी देश आर्थिक आयोजन के द्वारा अपना आर्थिक विकास कर रहें हैं। शुद्ध व पर्याप्त आंकड़ों के अभाव में सुव्यवास्थित योजना बनाना असम्भव है। बहुधा यह कहा जाता है कि "समंकों के बिना आर्थिक आयोजन पतवार तथा दिशा सूचक यन्त्र रहित जहाज की तरह है।

(iii) शासन-प्रबन्ध में महत्व :-

वर्तमान काल में ज्यों-ज्यों राज्य के कार्यों की सीमा बढ़ती जा रही है सांख्यिकी का उपभोग भी अधिकाधिक होता जा रहा है। शासन-प्रबन्ध में सांख्यिक अत्यन्त महत्वपूर्ण है, क्योंकि-

(i) सांख्यिकी शासकों की आँख होती है, आशीक्षित-शीक्षित, स्त्री-पुरुष, चोरी-डकैती आदि की क्या स्थिति है, इसका ज्ञान आँकड़ों द्वारा शासक वर्ग को होता है।

(ii) बजट का आधार सांख्यिकी ही है।

(iii) आँकड़ों से ही सरकारी विभागों व मन्त्रालयों के निरीक्षण द्वारा कार्य-कुशलता का माप किया जाता है।

(iii) सरकार द्वारा नियुक्त विभिन्न समितियों तथा आयोगों की रिपोर्ट आवश्यक समंकों पर आधारित होती है।

(iv) अन्य महत्व :-

सामाजिक दृष्टि से महत्व, कृषि व अनुसंधानों के लिए उपयोगी इत्यादि।

⇛ आँकड़े संकलन के स्रोत :-

अर्थ एवं महत्व :-
सांख्यिकी का कार्य आँकड़ों (या समंकों) के संकलन से आरम्भ होता है। समंकों के संकलन से तात्पर्य संख्यात्मक तथ्यों के संग्रहण से है। समंक एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किए जाते है। इसलिए समंकों के संकलन से तात्पर्य अनुसंधान के अन्तर्गत इकाइयों से आवश्यक जानकारी प्राप्त करने की विधियों से है।
डॉ॰ बॉउले ने लिखा है "समंक - संकलन में सामान्य विवेक की प्रमुख आवश्यकता है और अनुभव प्रमुख शिक्षक है।"

⇛ समंकों के प्रकार :-

समंक निम्नलिखित दो प्रकार के होते हैं।
(i) प्राथमिक समंक (ii) द्वितीयक समंक

⇛ प्राथमिक समंक :- उन समंकों को प्राथमिक समंक कहते हैं जिन्हें अनुसंधानकर्ता द्वारा पहली बार आरम्भ से अन्त तक नए सिरे से एकत्र किया जाता है इस प्रकार की सामग्री अपने मौलिक रुप में होती है।

⇛ द्वितीयक समंक :- जब कोई अनुसंधानकर्ता उन समंको का उपयोग करता है जो पहले ही अन्य व्यक्तियों या संस्थाओं द्वारा एकत्र व प्रकाशित किए जा चुके है तो वे द्वितीयक समंक कहलाते हैं। इस प्रकार की समाग्री अपने मौलिक रुप में नहीं होती परन्तु सारणी, प्रतिशत या माध्य के द्वारा व्यक्त की जाती है।

⇒ प्राथमिक और द्वितीयक समंकों में अन्तर :-

क्र॰सं॰	अन्तर का आधार	प्राथमिक समंक	द्वितीयक समंक
1.	मौलिकता	ये मौलिक होते हैं, अनुसंधानकर्ता इनका स्वयं संकलन करता है।	ये मौलिक नहीं होते वरन् अन्य संस्था या व्यक्ति के द्वारा संकलित होते हैं।
2.	संकलन योजना	इसमें संकलन योजना प्रारम्भ से अन्त तक नवीन तथा नवनिर्मित होती है।	इसमें दूसरे अनुसंधानकर्ता द्वारा एकत्रित समंकों का प्रयोग करना रहता है।
3.	सतर्कता	इनके प्रयोग में सतर्कता की आवश्यकता नहीं होती है।	इनके प्रयोग में अत्यन्त सतर्कता की आवश्यकता होती है।
4.	अनुकूलता	ये उद्देश्य के अनुकूल होते हैं इनमें संशोधन की आवश्यकता नहीं होती	ये अन्य उद्देश्य को लेकर संकलित किए जाते हैं इनमें संशोधन की अधिक आवश्यकता होती है।
5.	संकलन व्यय	इनके संकलन में धन, समय, परिश्रम योजना और बुद्धि का प्रयोग होता है।	इनको केवल अन्य स्थानों से उद्धृत करना होता है। धन इत्यादि का उपयोग नहीं होता।

⇒ प्राथमिक समंकों को संकलित करने की रीतियाँ :-

प्राथमिक समंकों को एकत्र करने की प्रमुख रीतियाँ निम्न है :

1. प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान ।
2. अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसंधान ।
3. स्थानीय स्रोतों या संवाददाताओं द्वारा सूचना प्राप्ति ।
4. सूचना देने वालों द्वारा अनुसूचियों को भरना ।
5. प्रगणकों के द्वारा अनुसूचियों को भरना ।
6. टेलीफोन द्वारा ।

11

⇒ मापन एवं इसके प्रकार :-

मापन का अर्थ :-

मापन का तात्पर्य मात्रात्मक मूल्य से लगाया जाता है। मापन में वस्तुओं, निरीक्षणों एवं व्यवहार का मात्रात्मक वर्णन किया जाता है। इसमें वस्तु, घटना, निरीक्षण तथा व्यवहार का वर्णन अंकों के द्वारा प्रस्तुत किया जाता है। यह अंक कई स्तरों एवं विशिष्ट नियमों के द्वारा प्रस्तुत किए जाते हैं।
गिलफोर्ड के अनुसार "मापन वस्तुओं या घटनाओं का तर्कपूर्ण तरीके से संख्या प्रदान करने की क्रिया है।"

⇒ मापन के प्रकार :-

मापन के कुछ प्रकार निम्नलिखित हैं –

1. निरपेक्ष मापन :- निरपेक्ष मापन से प्राप्त अंकों हेतु परम शून्य स्थिति सम्भव होती है। इस तरह के मापन से प्राप्त अंक किसी गुण की निरपेक्ष मात्रा को अभिव्यक्त करते हैं। अधिकतर भौतिक चर; जैसे – लम्बाई, भार इत्यादि का मापन निरपेक्ष मापन होता है।

2. सामान्यीकृत मापन :- सामान्यीकृत मापन सामान्यतः प्रयुक्त होने वाली एक मापन विधि है। अनेक मनोवैज्ञानिक परीक्षणों व मापनियों के माध्यम से सामान्यतः सामान्यीकृत मापांक प्राप्त होते हैं। ये मापांक एक दूसरे से स्वतन्त्र रहते हैं। एवं अनेक छात्रों द्वारा प्राप्त होने वाले प्राप्तांक एक-दूसरे को प्रभावित नहीं करते हैं।

3. इप्सेटिव मापन :- सामान्यीकृत मापन के विपरीत इप्सेटिव मापन में किसी एक छात्र के द्वारा अनेक प्रश्नों / विमाओं पर प्राप्त अंक एक-दूसरे पूरी तरह स्वतन्त्र नहीं होते हैं। एक प्रश्न/विमा के प्राप्तांक अन्य प्रश्नों / विमा के प्राप्तांक को क्रमबद्ध तरीके से प्रभावित करते रहते हैं।

4. निकष सन्दर्भित तथा मानक सन्दर्भित मापन :-

मानक सन्दर्भित परीक्षण व निकष सन्दर्भित परीक्षण में भी मुख्य विभेद यह है कि मानक सन्दर्भित परीक्षण छात्रों की योग्यता को किसी मानक समूह के सन्दर्भ में व्यक्त करते हैं जबकि निकष सन्दर्भित परीक्षण में किसी व्यक्ति की योग्यता को निकष के सन्दर्भ में स्पष्ट किया जाता है।

निकष संदर्भित मापन की सबसे पहले आवश्यकता 1963 में Robert Glaser ने महसूस की।

⇒ मापन का प्रयोग :-

मनोविज्ञान व शिक्षा की प्रगति के साथ-2 मापन का प्रयोग भी बढ़ता जा रहा है। जीव के सूक्ष्म एवं अमूर्त व्यवहार तथा सामाजिक सम्बन्धों के क्षेत्र में मापन का महत्व दिन-प्रतिदिन बढ़ता जा रहा है।

1. वर्गीकरण :-

विभिन्न स्कूलों, कालेजों, उद्योगों इत्यादि में वर्गीकरण का महत्व हैं। उदाहरण हेतु, स्कूल कालेजों में विद्यार्थियों का उनकी बुद्धि, उपलब्धि तथा योग्यता आदि के आधार पर वर्गीकरण किया जाता है।

2. चयन :-

विभिन्न स्कूलों, मेडिकल कॉलेजों, इन्जीनियरिंग कालेजों, उद्योगों व सेना में विद्यार्थियों अथवा कर्मचारियों का चुनाव किया जाता है इन सब में चुनाव हेतु मापन आवश्यक है। अनेक सेवाओं में कर्मचारियों का चुनाव करते समय सक्षात्कार व प्रक्षेपण विधियों की मदद उनकी योग्यता, चरित्र, सहनशीलता इत्यादि को मापने हेतु किया जाता है।

3. तुलनात्मक अध्ययन :-

तुलनात्मक अध्ययन हेतु मापन जरूरी है। मापन के आधार पर ही तुलना आसान हो जाती है। मात्रात्मक मापन से सम्बन्धित तुलना आसान व गुणात्मक मापन

से सम्बन्धित तुलना अपेक्षाकृत कम शुद्ध होती है।

4. **भविष्यवाणी :-** मनोविज्ञान व शिक्षा में कई ऐसे परीक्षण हैं जिनके आधार पर व्यवहार का मापन करके व्यवहार के सम्बन्ध में भविष्यवाणी की जा सकती है कि भविष्य में इस व्यक्ति की उपलब्धि किस तरह की होगी।

5. **निदान :-** निदान का आशय है, लक्षणों के आधार पर रोगों को पहचानना। निदान में मापन का महत्व है। मानसिक रोगों के निदान में व्यक्ति की कमजोरी, मानसिक ग्रन्थियों और शक्तियों का पता लगाया जाता है। अतः शारीरिक रोगों के निदान में मापन करने हेतु विभिन्न यन्त्रों व उपकरणों की मदद ली जाती है।

⇒ मापन के स्तर :-

1. नकारात्मक मापन या मापनी :-

इस तरह के मापन में वस्तु अथवा घटनाओं का विशिष्ट वर्गीकरण किया जाता है। यह वर्गीकरण गुणों या विशेषताओं के आधार पर किया जाता है और प्रत्येक वर्गीकृत वर्ग को कोई नाम, संख्या, संकेत या कोड प्रदान किया जाता है। यह वस्तुओं या घटनाओं के वर्गीकरण की सर्वाधिक सुगम प्रणाली है। उदाहरण के लिए किसी समूह को लिंग के आधार पर दो वर्गों में विभाजित करना ; जैसे - पुरूष वर्ग, स्त्री वर्ग इत्यादि।

2. क्रमात्मक मापन या मापनी :-

मापन के इस स्तर पर वस्तुओं, घटनाओं, विशेषताओं अथवा अनुक्रियाओं को उनके किसी लक्षण के आधार पर क्रम में व्यवस्थित कर हर एक वस्तु को

क्रम सूचक अंक प्रदान किया जाता है इस तरह के मापन में एक वर्ग की इकाइयों को कई श्रेणियों में क्रमात्मक रूप से प्रस्तुत किया जाता है। क्रमात्मक मापनी, पदांकन मापनी अथवा वर्ग निर्माण मापनी भी कहलाती है।

3. अन्तराल मापनी :-

इस तरह के मापन में इकाइयों की मापित विशेषता के अन्तर में समानता होती है। इस मापन में गुणात्मक तथ्यों को परिणात्मक ऑकड़ों में व्यक्त किया जाता है मनोविज्ञान एवं शिक्षा में इस तरह का मापन अत्याधिक महत्वपूर्ण है क्योंकि इस तरह के आधार पर अनेक सांख्यिकी गणनाएँ की जा सकती हैं। इस तरह की मापनियों के उदाहरण हैं, अनेक प्रकार के थर्मामीटर, अभिवृत्ति मापनियाँ, बुद्धि परिक्षण तथा अन्य मनोवैज्ञानिक मापनी एवं परीक्षण इत्यादि।

4. अनुपात मापनी :-

इस प्रकार का मापन सर्वाधिक विकासित, वैज्ञानिक, विश्वसनीय व वस्तुनिष्ठ मापन है। इस तरह का मापन अथवा इस तरह की मापनी मनोविज्ञान और शिक्षा के क्षेत्र में बनाना एक जटिल कार्य है। इस प्रकार के मापन में समान्तर स्तर की संख्याओं के समस्त गुणों के अलावा परम शून्य या किसी गुण की अनुपस्थिति को व्यक्त करने की विशेषता भी होती है।

प्रयोग संख्या - 2

⇒ **सारणीयन :-** समंकों का व्यवस्थित प्रस्तुतीकरण सांख्यिकीय रीतियों का एक महत्वपूर्ण अंग है और इस रीति से सांख्यिकीय सारणियों की संरचना की जाती है।

⇒ सारणी एवं सारणीयन की परिभाषाएँ :-

एक सांख्यिकीय सारणी खानों [Columns] तथा पंक्तियों [Rows] के रूप में समंकों की क्रमबद्ध व्यवस्था है। प्रो. नीसवेन्जर, "एक सांख्यिकीय सारणी खानों व पंक्तियों का व्यवस्थित संगठन है"। डब्ल्यू. ए. स्पर तथा सी. पी. बोनिनी, "एक सांख्यिकीय सारणी सम्बन्धित तथ्यों का उदय खानों तथा समतल पंक्तियों में वर्गीकरण है।"

⇒ सारणीयन के उद्देश्य :- सारणीयन के उद्देश्य निम्न है।

1. **अनुसंधान का उद्देश्य प्रकट करना :-** सांख्यिकीय अनुसंधान की सामान्य योजना में सारणीयन का कार्य उत्तर को, जिससे अनुसंधान का सम्बन्ध है, सुलभ रूप से क्रमबद्ध करना है।

2. **तथ्यों की विशेषताओं का स्पष्टीकरण :-** सारणी में तथ्यों का स्पष्ट रूप से तथा संक्षिप्त रूप में, शाब्दिक - विवेचना को दूर रखकर स्पष्टीकरण प्रस्तुत किया जाता है।

3. **न्यूनतम स्थान में तथ्यों का प्रस्तुतीकरण :-** सारणीयन का उद्देश्य समंकों को न्यूनतम स्थान में क्रमबद्ध तथा व्यवस्थित रूप में प्रस्तुत करना तथा गद्य की अपेक्षा अधिक अच्छे ढंग से जानकारी को संचारित करना है।

⇒ सारणीयन के लाभ :- सारणीयन प्रक्रिया के लाभ निम्नलिखित है—

1. **तथ्य सरल हो जाते हैं :-**
सारणीयन जटिल समंक - समूहों को स्पष्ट रूप में प्रस्तुत करने में सहायक होती है, जिससे उनको समझना सरल हो जाता है।

2. **मितव्यायिता :-**
विवरणात्मक गद्य की अपेक्षा सारणीयन में न्यूनतम स्थान पर समंकों को प्रस्तुत किया जाता है। इससे न केवल कागज व समय बचता है बल्कि समंकों में स्पष्टता भी आ जाती है।

3. **तुलना करने में सहायक :-**
सारणीयन में तुलना करना सरल हो जाता है। तुलना योग्य समंकों को परस्पर निकटवर्ती खानों में रखा जाता है इससे तुलनात्मक अध्ययन करना सरल हो जाता है।

4. **सांख्यिकीय गणनाओं में सहायक :-**
सांख्यिकीय गणनाओं व विश्लेषण में सारणीयन सहायक होता है। माध्य, अपकिरण, विषमता, सह-सम्बन्ध, आदि सांख्यिकीय मापों में गणना के लिए समंकों को सारणीबद्ध होना आवश्यक है।

5. **संदर्भ में सहायक :-**
समंको को सारणीकरण करने के पश्चात वे आवश्यकता पड़ने पर संदर्भ में सहायक होते हैं।

⇒ सारणीयन के नियम :-

सारणीयन की कोई निश्चित अथवा दृढ़ नियम नहीं है। सारणीयन के लिए कुछ सामान्य नियम व निर्देश निर्धारित करना आवश्यक हो जाता है। इन नियमों को दो वर्गों में विभक्त किया जाता है :

(I) सारणी के ढाँचे सम्बन्धी नियम (II) सामान्य नियम

सारणी के ढाँचे सम्बन्धी नियम :-

1. संख्या :- यह सारणी में सबसे ऊपर होती है। इससे सारणी ढूँढने में आसानी होती है।
2. शीर्षक :- शीर्षक संक्षिप्त, स्पष्ट तथा स्वयं-परिचायक होना चाहिए। शीर्षक का कार्य पाठक को संक्षेप में बताना है।
3. खानों व पंक्तियों के शीर्षक :- उदग्र खानों के शीर्षक को उपशीर्ष तथा क्षैतिज पंक्तियों के शीर्षकों को अनुशीर्ष कहते हैं। ये अत्यन्त सूक्ष्म तथा स्वयं-परिचायक होना चाहिए।
4. रेखाएँ खींचना तथा रिक्त स्थान छोड़ना :- सारणी स्वच्छ व स्पष्ट दिखाई देने के लिए रेखाएँ खींचने तथा रिक्त स्थान छोड़ने की उचित व्यवस्था होनी चाहिए।
5. औसत तथा योग :- औसत तथा माध्यों को ~~उन~~ संख्याओं के नीचे दिया जाना चाहिए जिनसे ये सम्बन्धित हों।
6. सारणी का मुख्य भाग :- निश्चित उद्देश्य के आधार पर सारणी को यथासम्भव व्यापक बनाना चाहिए। असम्बन्धित तथ्यों को हर स्थिति में दूर रखना चाहिए।
7. टिप्पणियाँ :- समंकों तथा शब्दों को स्पष्ट करने के लिए सारणी के नीचे टिप्पणी दी जाती है।
8. स्रोत :- समंकों के स्रोतों का उल्लेख सारणी में किया जाना चाहिए।

⇛ सामान्य नियम :-

1. सारणी में अत्याधिक तथ्यों का समावेश नहीं होना चाहिए।
2. संख्याओं को अपसादन करने के पश्चात् ही लिखा जाना चाहिए।
3. सारणी उपलब्ध स्थान के अनुसार नियोजित की जानी चाहिए।
4. तुलनात्मक समंकों को निकटवर्ती खानों में रखा जाना चाहिए।
5. माप की इकाई को स्पष्ट रूप से प्रदर्शित किया जाना चाहिए।

⇛ सारणी के प्रकार :- सांख्यिकीय सारणियों का वर्गीकरण निम्न आधारों पर किया जाता है।

(1.) उद्देश्य के आधार पर, (2.) मौलिकता के आधार पर, (3.) रचना के आधार पर

⇛ उद्देश्य के आधार पर :- उद्देश्य के आधार पर 2 प्रकार की होती हैं।

1. सामान्य उद्देश्य वाली सारणी :- सामान्य उद्देश्य वाली सारणी का प्राथमिक तथा सामान्यत: एक मात्र उद्देश्य समंकों को इस प्रकार ~~ढूंढे~~ प्रस्तुत करें कि पाठक व्यक्तिगत इकाइयों को आसानी से ढूंढ सके।

2. विशेष उद्देश्य वाली सारणी :- इस प्रकार की सारणी को विषय-सारणी, सारांश सारणी, अथवा विश्लेषण सारणी भी कहते हैं। इसका निर्माण किन्हीं, विशेष तथ्यों अथवा उसके सम्बन्धों पर बल देने के लिए किया जाता है।

2. **मौलिकता के आधार पर :-** मौलिकता के आधार पर सांख्यिकीय सारणियों को 2 वर्गों में विभाजित किया गया है।

(i) प्राथमिक सारणी (ii) व्युत्पन्न सारणी

3. **रचना के आधार पर :-** रचना के आधार पर दो प्रकार की सारणियाँ होती हैं।

(i) सरल (ii) जटिल

⇒ **सरल या एक गुण वाली सारणी :-** इसमें समंकों की केवल एक विशेषता ही प्रदर्शित की जाती है। इस प्रकार की सारणी को 'प्रथम क्रम' की सारणी कहते हैं।

⇒ **जटिल सारणी :-** विशेषताओं के आधार पर जटिल सारणी निम्न प्रकार की होती हैं।

1. द्विगुण सारणी :- द्विगुण सारणी में समंकों की दो विशेषताओं का प्रदर्शन किया जाता है।

2. त्रिगुण सारणी :- त्रिगुण सारणी में समंकों की तीन विशेषताओं का प्रदर्शन किया जाता है।

3. बहुगुण सारणी :- इस सारणी में समंको की कई विशेषताओं को एक साथ प्रस्तुत किया जाता है।

⇒ आवृत्ति वितरण एवं उनका बिन्दुरेखीय प्रदर्शन :–

चर के आधार पर वर्गीकरण का सारणी के रूप में प्रदर्शन, जबकि मूल्य (या मूल्यों के वर्ग) के सामने उससे सम्बन्धित आवृत्ति को लिखा जाता है, आवृत्ति वितरण या बारम्बारता बंटन कहा जाता है।

⇒ आवृत्ति वितरण के प्रकार :–

आवृत्ति वितरण को निम्न दो भागों में बाँटा जा सकता है।

(I) **खण्डित आवृत्ति वितरण :–** चर के प्रत्येक मूल्य की आवृत्ति को उसके सामने दर्शाते हुए आँकड़ों के क्रमबद्ध विन्यास को खण्डित वितरण या खण्डित श्रेणी कहा जाता है।

(II) **वर्गीकृत आवृत्ति वितरण :–** चर मूल्यों को वर्गीकृत करके वर्ग एवं उन वर्गों की आवृत्ति के क्रमबद्ध विन्यास को वर्गीकृत या सतत आवृत्ति वितरण कहा जाता है।

⇒ खण्डित आवृत्ति वितरण श्रेणी बनाने की विधि :–

खण्डित आवृत्ति वितरण बनाने के लिए विभिन्न चर मूल्यों को आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित कर लिया जाता है तथा उसके सम्मुख उससे सम्बन्धित बारम्बारताओं को लिख दिया जाता है।

उदाहरण — खण्डित आवृत्ति वितरण की रचना-विधि को समझाते हुए निम्न समंकों से एक एक खण्डित आवृत्ति वितरण बनाइये :–

20, 20, 18, 21, 19, 17, 19, 22, 19, 19, 21, 19, 18, 20, 19, 20, 20, 19, 17, 19, 19, 18, 20,
18, 20, 18, 19, 18, 20, 21, 21, 19, 19, 17, 18, 17, 20, 20, 21, 19

⇒ सरल या एक गुण वाली सारणी — (Delhi University)

No. of Student in different Classe in Delhi University (2012)

Class	No. of Students
M.A.	
M.Sc.	
M.Com.	
B.A.	
B.Sc.	
B.Com.	
Total	

⇒ द्विगुण सारणी — (Delhi University)

No. of Students according to Class and Sex (2012)

Class	Boys	Girls	Total
M.A.			
M.Sc.			
M.Com.			
B.A.			
B.Sc.			
B.Com.			
Total			

⇒ **त्रिगुण सारणी** — (Delhi University)

No. of Students According to Sex. Class and Employment (2012)

Class	Boys			Girls			Tatal		
	Employed	Not Emp.	Tatal	Emp.	Not Emp.	Tatal	Emp.	Not Emp.	Tatal
M.A.									
M.Sc.									
M.Com.									
B.A.									
B.Sc.									
B.Com.									
Tatal									

⇒ **बहुगुण सारणी** — No. of Student in Delhi University (2012)

(According to Faculty, age, sex and residence)

Faculty	Age-group (Years)	Students								
		Boys			Girls			Tatal		
		Hostlers	Day Scholars	Tatal	Hostlers	Day Scholars	Tatal	Hostlers	Day-Scholars	Tatal
1. Arts	15-20									
	20-25									
	Above25									
2. Science	15-20									
	20-25									
	Above25									
3. Com.	15-20									
	20-25									
	Above25									
4. Low	15-20									
	20-25									
	Above25									
Tatal										

हल – खण्डित आवृत्ति वितरण के निम्नलिखित चरण हैं:

1. तीन खानों की एक सारणी बनाइए, पहला खाना चर के लिए, दूसरा मिलान चिन्ह और तीसरा खाना आवृत्ति के लिए होगा।
2. चर के सभी मूल्यों को ऊपर से नीचे की ओर आरोही (अवरोही क्रम) में लिखिए।
3. चर के दिए हुए प्रत्येक मूल्य के सामने दूसरे खाने में मिलान रेखा खींचिए।
4. प्रत्येक चर-मूल्य के सामने खींची गयी रेखाओं की गिनती करें तथा उसी चर-मूल्य के सामने खाने में लिखिए।
5. सभी आवृत्तियों का योग सबसे नीचे की पंक्ति से लिखिए।

सारणी 1 - खण्डित आवृत्ति श्रेणी

Size	Tally Bars	F (आवृत्ति)
17	||||	4
18	~~||||~~ ||	7
19	~~||||~~ ~~||||~~ |||	13
20	~~||||~~ ~~||||~~ ||	10
21	~~||||~~ |	6
		$\Sigma f = 40$

कभी-कभी शब्दों के अच्छे से अक्षरों की गणना के आधार पर खण्डित श्रेणी की रचना की जाती है।

⇒ वर्गीकृत श्रेणी बनाने की विधि :-

वर्गान्तरों के अनुसार वर्गीकरण में तथ्यों को कुछ विशेषताओं के अनुसार विभिन्न समूहों में बाँटा जाता है। जिन्हें वर्ग या वर्गान्तर कहते हैं।

उदाहरण - 2 - 10 अंक प्राप्त करने वाले छात्र को 0-10 के वर्गान्तर में शामिल नहीं किया जाएगा। उसे 10-20 के वर्ग में रखा जाएगा। इसी प्रकार 20 अंक प्राप्त करने वाले छात्र को 10 - 20 के वर्गान्तर में सम्मिलित न करके 20-30 के वर्गान्तर में सम्मिलित किया जाएगा।

⇒ समावेशी रीति :-

इस रीति के अन्तर्गत वर्गान्तर की ऊपरी सीमा अगले वर्गान्तर की निचली सीमा के बराबर नहीं होती है। जैसे, 0-9 के वर्गान्तर में 0 से लेकर 9 तक की संख्याएँ शामिल की जाएगी।

यदि 0-9, 10-19, 20-29, 30-39 आदि पूर्णांक संख्याएँ न हों, तो इन वर्गों को 0-9.9, 10-19.9, 20-29.9, 30-39.9 के रूप में प्रस्तुत किया जा सकता है।

I	II	III	IV
0-9	0-9.9	0-9.5	0-10
10-19	10-19.9	10-19.5	11-20
20-29	20-29.9	20-29.5	21-30
30-39	30-39.9	30-39.5	31-40

⇒ समूहिक आवृत्ति वितरण श्रेणी की रचना के आधारभूत सिद्धान्त :—

समूहिक आवृत्ति वितरण बनाने के लिए निम्न तथ्यों पर विचार किया जाता है :—

(i) वर्गों की संख्या
(ii) वर्गों का विस्तार
(iii) अपवर्जी या समावेशी रीति के अनुसार वर्ग-सीमाओं का निर्धारण
(iv) आवृत्तियों का विन्यास

उदाहरण—

किसी कक्षा में 20 विद्यार्थियों ने परीक्षा दी और 50 अंकों में से अके अंक इस प्रकार है: 5, 16, 17, 17, 20, 21, 22, 22, 22, 25, 25, 26, 26, 30, 31, 31, 34, 35, 42, 48.

अपवर्जी रीति या समावेशी रीति से इसका वर्गिकरण दस वर्ग - विस्तार के अनुसार बताइए—

हल —

समावेशी			अपवर्जी		
अंक	मिलान चिन्ह	विद्यार्थियों की संख्या	अंक	मिलान चिन्ह	विद्यार्थियों की संख्या
0 – 9	I	1	0 – 10	I	1
10 – 19	III	3	10 – 20	III	3
20 – 29	IIII IIII	9	20 – 30	IIII IIII	9
30 – 39	IIII	5	30 – 40	IIII	5
40 – 49	II	2	40 – 50	II	2
योग		20	योग		20

⇒ आवृत्ति वितरण का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन :–

बिन्दुरेखीय प्रदर्शन का अर्थ – जब समंकों या आँकड़ों को 'ग्राफ पेपर पर अंकित करके निरूपित किया जाता है तो इसे बिन्दुरेखीय प्रदर्शन अथवा रेखाचित्र अथवा ग्राफीय प्रदर्शन कहते हैं।

⇒ बिन्दुरेखीय प्रदर्शन के लाभ :–

बिन्दुरेखीय प्रदर्शन के प्रमुख लाभ निम्न हैं:

(i) सांख्यिकीय विश्लेषण
(ii) काल श्रेणी व आवृत्ति वितरणों का प्रदर्शन
(iii) आन्तरगणन व पूर्वानुमान में सुविधा
(iv) भूयिष्ठक एवं माध्य का ज्ञान
(v) बहुगुणी समंकों की तुलना
(vi) ऐतिहासिक एवं कालिक सूचनाएँ

⇒ बिन्दुरेखीय प्रदर्शन की सीमाएँ –

(1) शुद्धता – बिन्दुरेखीय समंकों से समंकों की शुद्धता का पता नहीं चलता है
(2) जटिलता – कुछ विशेष प्रकार के रेखाचित्र, जैसे – अनुपात माप श्रेणी के वक्र, दो मापदण्डों वाले रेखाचित्र आदि सामान्य व्यक्ति की समझ से परे होते हैं।
(3) अपूर्णता – इसके द्वारा कई प्रकार की सूचनाओं को प्रस्तुत नहीं किया जा सकता है।
(4) दुरुपयोग – बिन्दुरेखाओं के मापदण्डों में थोड़ा सा परिवर्तन करके तथा वक्र के आधार को परिवर्तित करके समंकों का दुरुपयोग किया जा सकता है।
(5) उदाहरण के लिए अनुपयुक्त – कम शुद्धता के कारण रेखाचित्रों को किसी तथ्य की पुष्टि के लिए उदाहरण के रूप में प्रस्तुत नहीं किया जा सकता है।

⇒ आवृत्ति वितरण के रेखाचित्र :— ये निम्न हैं:

(I) दण्ड आरेख
(II) रेखा आवृत्ति चित्र
(III) आवृत्ति आयत चित्र
(IV) आवृत्ति बहुभुज
(V) आवृत्ति वक्र
(VI) संचयी आवृत्ति - वक्र या ओजाइव वक्र

⇒ दण्ड आरेख —

दण्ड आरेख वे होते हैं जिनमें वस्तुओं का प्रदर्शन दण्डों द्वारा किया जाता है। ये आरेख क्षैतिज एवं लम्बवत् दोनों प्रकार से बनाए जा सकते हैं।

1- सरल दण्ड आरेख —

दण्ड आरेख की यह प्रारम्भिक विधि है। इसमें किसी भी दण्ड का विभाजन नहीं होता है।

उदाहरण – सारणी में दिए गए आँकड़ो की सहायता से दण्ड आरेख की रचना कीजिए :

भारत में प्रमुख फसलों का उत्पादन 1999-2000

फसल	उत्पादन (मिलियन टन)
चावल	87.9
गेंहू	68.7
मोटे अनाज	29.2
दालें	13.5
खाद्यान्न	199.1
खरीफ	103.2
रबी	95.9

⇒ मिश्रित दण्डारेख —

जब एक घटक के कई उप-विभागों का या विभिन्न तत्वों के लक्षणों के उत्पादन का प्रदर्शन दण्ड आरेख द्वारा करना होता है तो उसके लिए मिश्रित दण्ड आरेख की रचना की की जाती है।

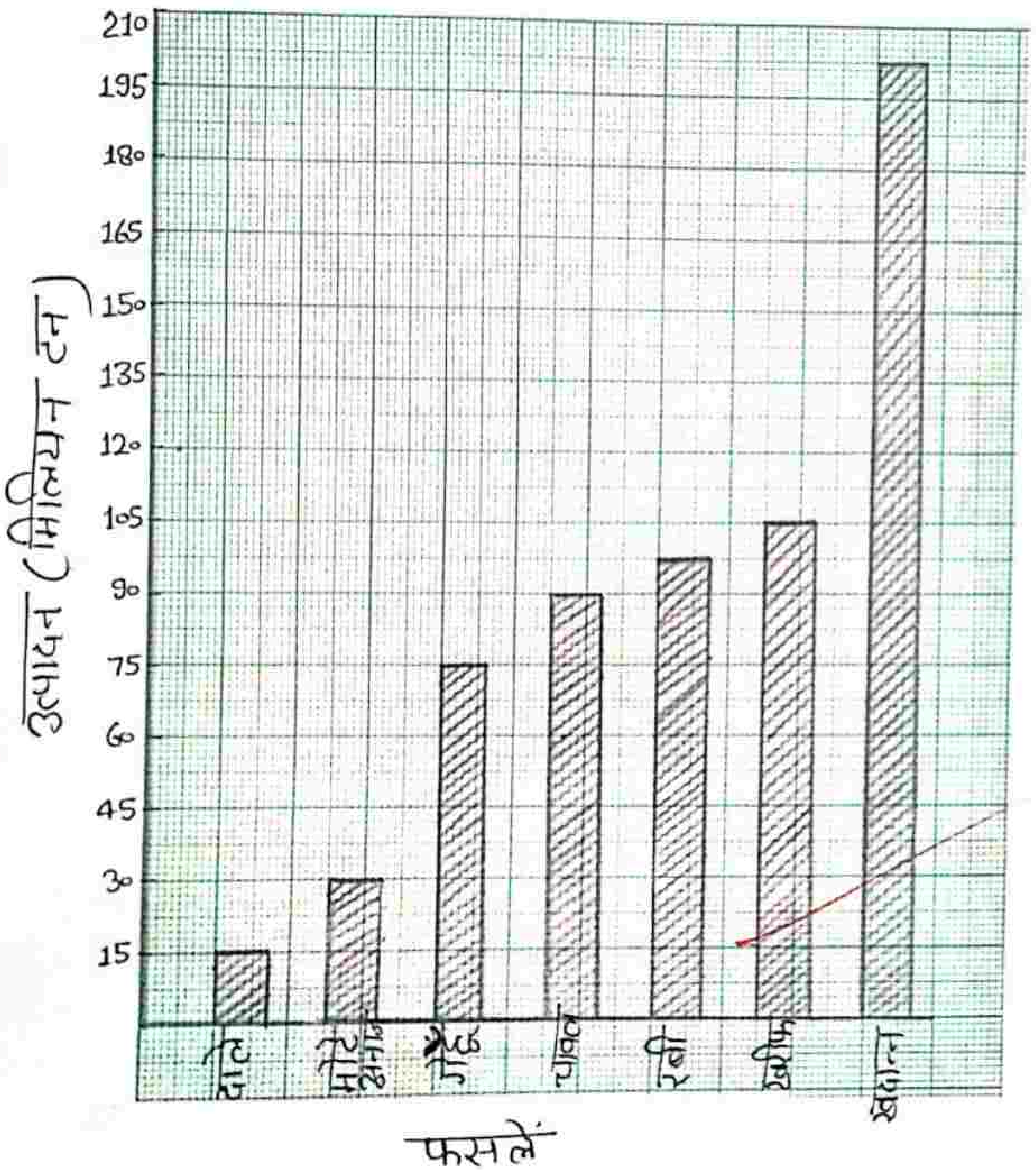
उदाहरण — निम्नलिखित आँकड़ों से मिश्रित दण्ड आरेख की रचना कीजिए :

भारत में लोहा - इस्पात उत्पादन, 2004-05 (लाख टन)

	संयंत्र	विक्रय योग्य	कच्चालोहा	योग
1.	भिलाई इस्पात संयंत्र	33·52	2·32	35·85
2.	बोकारो " "	25·42	3·99	29·41
3.	दुर्गापुर " "	13·19	0·06	13·25
4.	राउरकेला " "	11·15	0·03	11·18
5.	भारतीय लौह व इस्पात संयंत्र	2·87	3·75	6·62

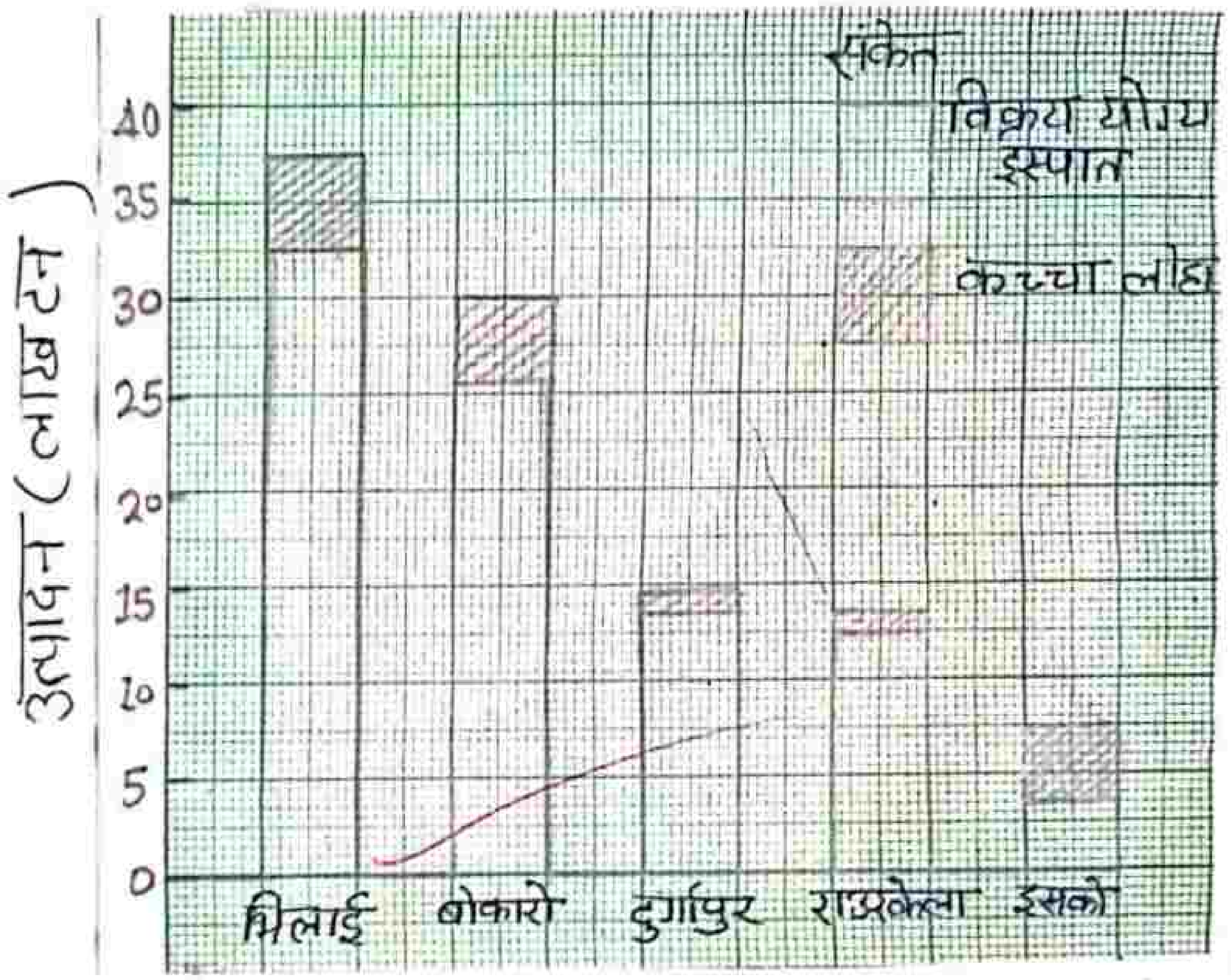
⇒ साधारण दण्ड आरेख –

भारत में फसलों का उत्पादन



⇒ मिश्रित दण्ड आरेख -

भारत में लोहा - इस्पात उत्पादन - (2004-5)



⇒ **रेखा आवृत्ति चित्र –** यदि लम्ब रेखा न खींचकर निश्चित चौड़ाई के दण्ड चित्र खींचे जाते हैं तो उसे रेखाआवृत्ति दण्ड चित्र कहा जा सकता है।
उदाहरण - रेखाचित्र की सहायता से निम्न को चित्रित कीजिए।

प्राप्तांक	1	2	3	4	5	6
छात्रों की संख्या	40	60	150	100	50	30

P.T.O.

⇒ आवृत्ति आयत चित्र —

अखंण्डित समंक श्रेणियों के प्रदर्शन के लिए आवृत्ति आयत चित्र का प्रयोग किया जाता है।

आवृत्ति आयत बनाने की विधि —

(I) समान वर्गान्तरों का आवृत्ति आयत चित्र,

(II) आवृत्ति आयत चित्र : जब मध्य बिन्दु दिए हो,

(III) असमान वर्गान्तरों का आवृत्ति आयत चित्र,

(IV) आयत आवृत्ति चित्र : जब वर्गान्तर सम्मिलित रीति द्वारा दिया गया हो।

(क) समान वर्गान्तरों का आवृत्ति आयत चित्र — यदि वर्गान्तर समान है तो आयतों की चौड़ाई समान रहेगी तथा ऊँचाई आवृत्तियों के अनुपात में होगी।

उदाहरण — आवृत्ति चित्र में निम्नलिखित को प्रदर्शित कीजिए :

मासिक आय	0 — 50	50 — 100	100 — 150	150 — 200	200 — 250	250-300	300-350
परिवारों की संख्या	40	120	200	280	240	180	120

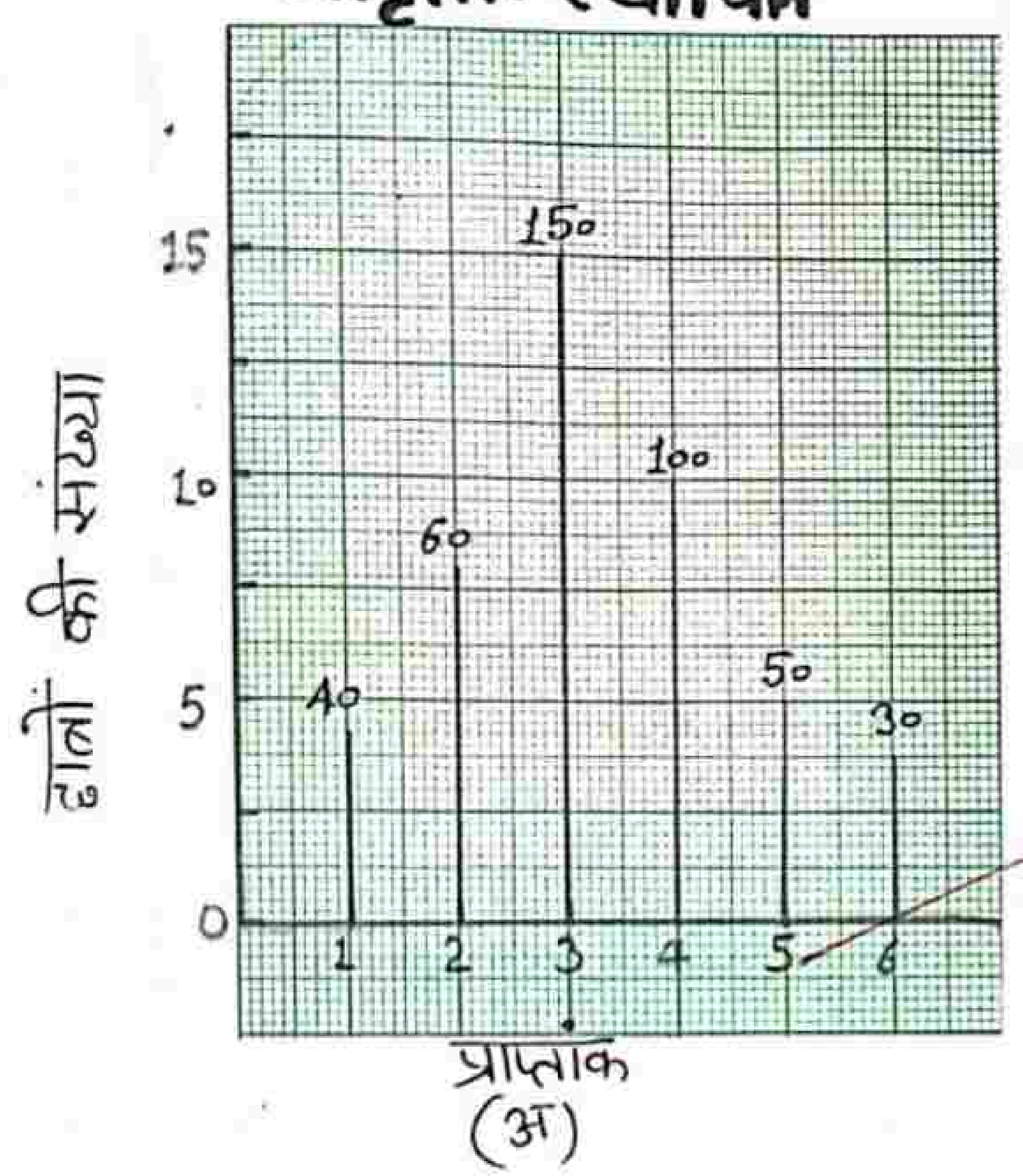
हल : $L_1 = M.V. - \frac{i}{2}$ यहाँ M.V. = Mean Value

$L_2 = M.V. + \frac{i}{2}$ i = वर्गान्तर

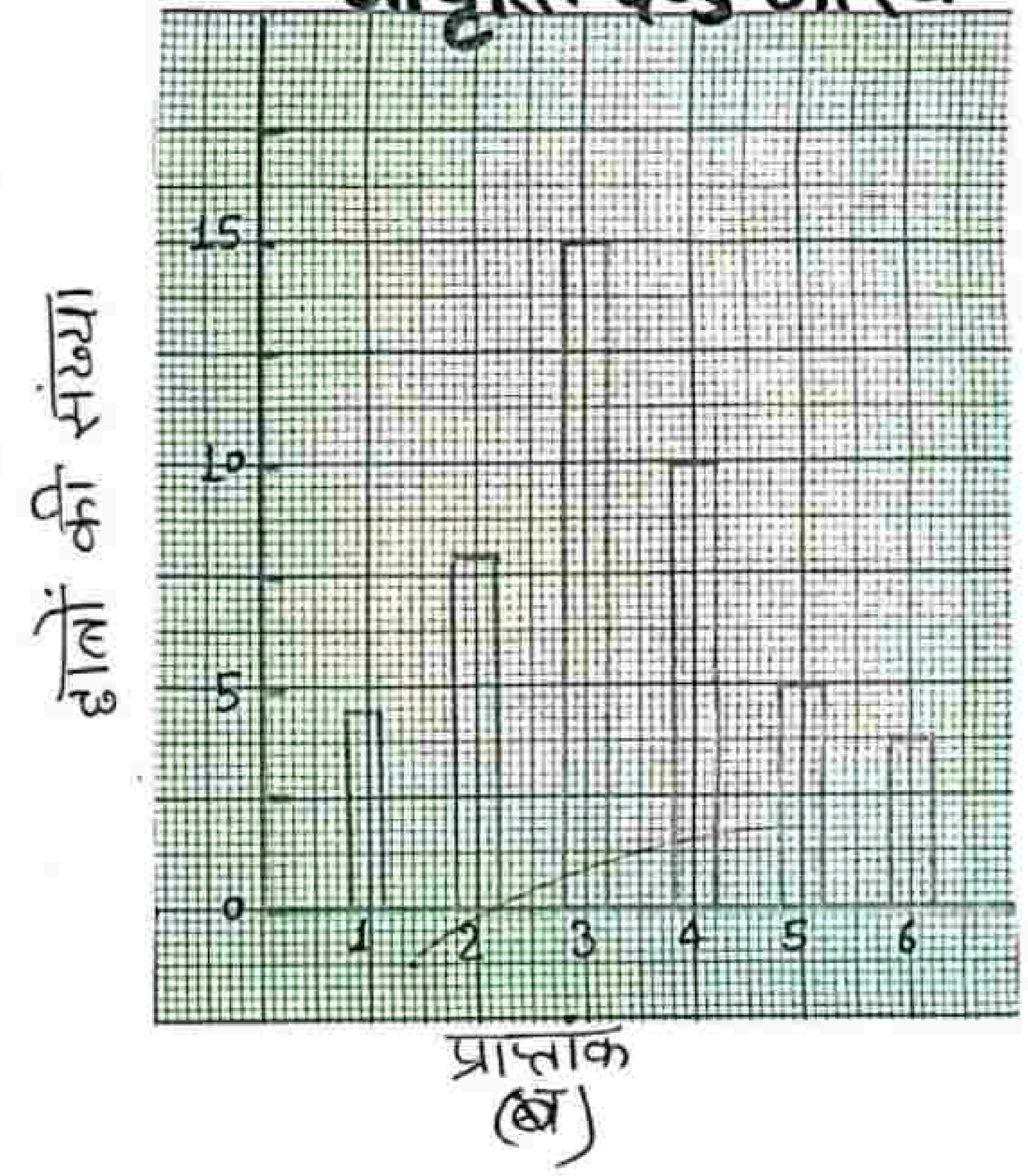
L_1 = वर्ग की निम्न सीमा

L_2 = वर्ग की उच्च सीमा

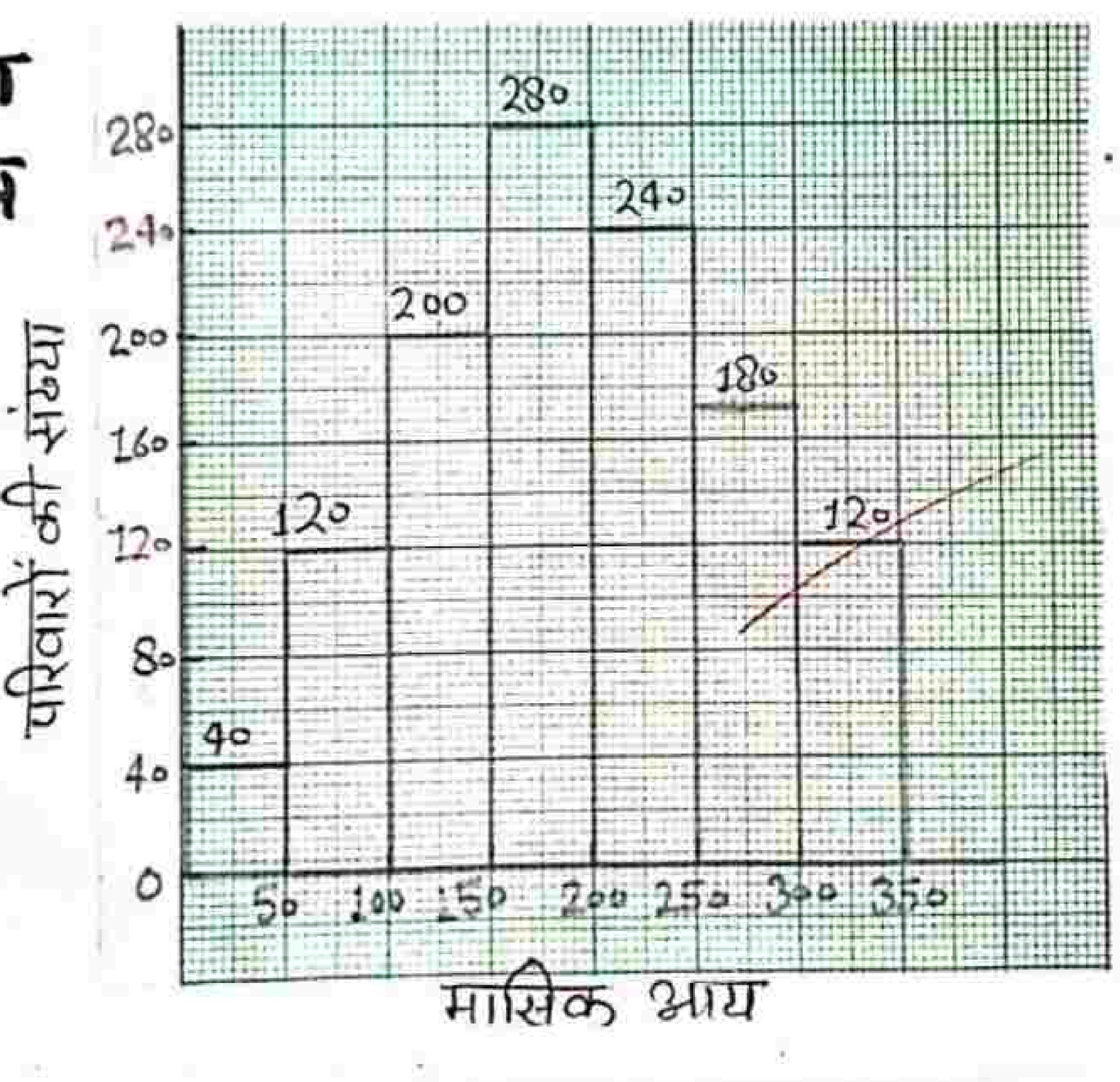
⇛ आवृत्ति रेखाचित्र



आवृत्ति दण्ड आरेख



⇛ समान वर्गान्तरों का आवृत्ति आयत चित्र



(ख) असमान वर्गान्तरों का आवृत्ति आयत चित्र –
यदि आयतों की ऊँचाई आवृत्ति के अनुपात में रखकर चित्र बनाया जाता है तो आयतों का क्षेत्रफल आवृत्तियों के समानुपाती नहीं रह पाता है।

$$\text{आयत की ऊँचाई} = \frac{C \times \text{आवृत्ति}}{\text{वर्गान्तर}}$$

C = अचर राशी

उदाहरण –
निम्न आँकड़ों को आवृत्ति चित्र द्वारा प्रस्तुत कीजिए :

साप्ताहिक मजदूरी (₹)	10 - 15	15 - 20	20 - 25	25 - 30	30 - 40	40 - 60	60 - 80
मजदूरों की संख्या	7	19	28	15	12	12	8

हल – C = 5

(2) 5 वर्गान्तर वाली आवृत्ति को छोड़कर अन्य वर्ग की आवृत्तियों को समायोजित किया जाएगा।

साप्ताहिक मजदूरी	आवृत्ति	वर्गान्तर	समायोजित आवृत्ति $\left[\frac{C \times \text{आवृत्ति}}{\text{वर्गान्तर}}\right]$
10 - 15	7	5	-7
15 - 20	19	5	19
20 - 25	28	5	28
25 - 30	15	5	15
30 - 40	12	10	$\frac{5 \times 12}{10} = 6$
4 - 60	12	20	$\frac{5 \times 12}{20} = 3$
6 - 80	8	20	$\frac{5 \times 8}{20} = 2$

(ख) ~~अवृत्ति वर्गान्तरों का आवृत्ति आयत चित्र~~ – ~~यदि~~

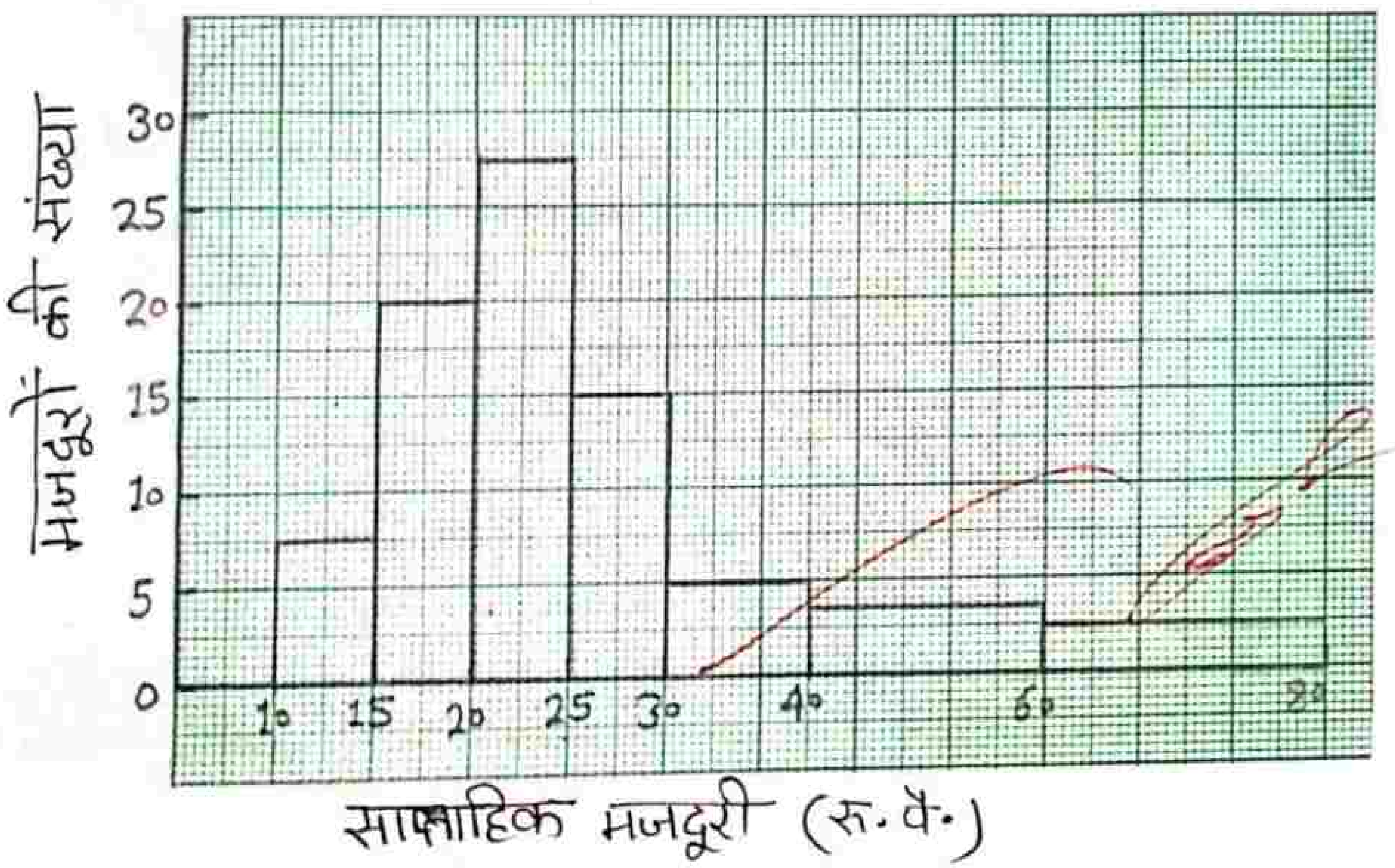
⇒ आवृत्ति बहुभुज –

जब आवृत्ति चित्र के प्रत्येक वर्गान्तर पर बने आयत के मध्य बिन्दुओं को सरल रेखा से मिला दिया जाए तो इस प्रकार बने वक्र को आवृत्ति बहुभुज कहते हैं।

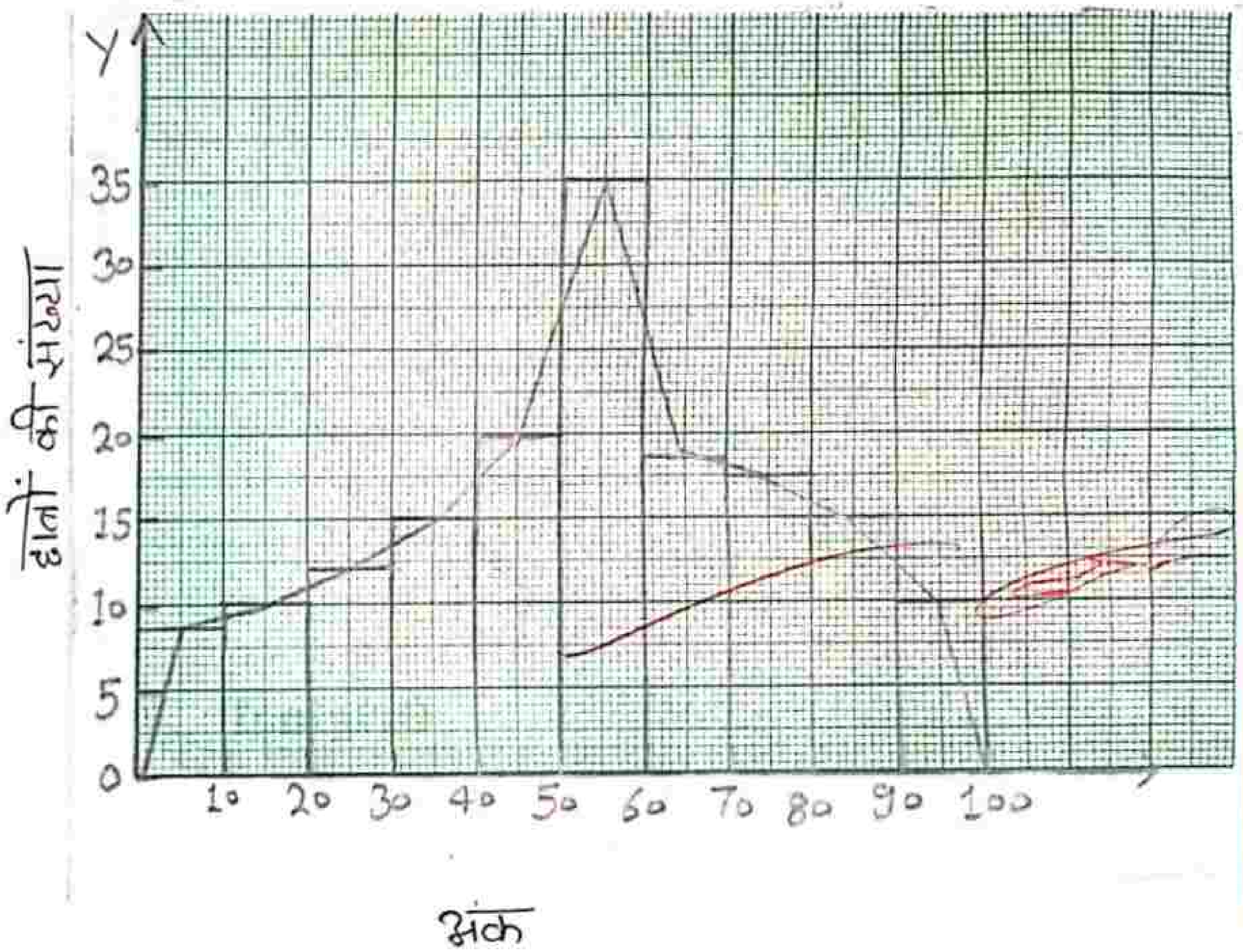
उदाहरण – निम्न सूचनाओं के आधार पर 'आवृत्ति बहुभुज' बनाइए तथा भूयिष्ठक ज्ञात कीजिए।

मूल्य	5 – 10	10 – 15	15 - 20	20 - 25	25 – 30	30 - 35
आवृत्ति	12	28	35	45	22	14

⇒ **असमान वर्गान्तरों का आवृत्ति आयत चित्र**



⇒ **आवृत्ति बहुभुज**



⇒ आवृत्ति वक्र —

यदि आवृत्ति बहुभुज को सरल वक्र के रूप में मिला दिया जाए तो यह 'आवृत्ति वक्र' कहलाता है।

यह वास्तव में आवृत्ति बहुभुज का सरल रूप होता है। जब आवृत्ति बहुभुज को आयतों के शीर्ष के मध्य बिन्दुओं को पैमाने के अनुसार न मिलाकर स्वतन्त्र रूप से मिलाया जाता है तो जो वक्र बनता है उसे आवृत्ति वक्र कहते हैं।

उदाहरण — निम्न सूचनाओं के आधार पर आवृत्ति वक्र बनाइए।

मूल्य	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
आवृत्ति	12	28	35	45	22	14

⇒ संचयी आवृत्ति वक्र या ओजाइव वक्र :—

कभी-2 इस प्रकार के प्रश्नों के उत्तर जानने की आवश्यकता होती है जैसे, कितने पुरुष ऐसे हैं जिनकी मासिक आय 1000 रु से कम है अथवा कितने पुरुष ऐसे हैं जिनकी मासिक आय 5000 रु से अधिक है। इस प्रकार के प्रश्नों का उत्तर देने के लिए आवृत्तियों को जोड़ना पड़ता है। जब आवृत्तियों को जोड़ा जाता है तो उसे संचयी आवृत्ति कहते हैं।

(i) 'से कम' संचयी आवृत्ति बहुभुज (ii) 'से अधिक' संचयी आवृत्ति बहुभुज

⇒ ओजाइव वक्र या तोरण उपयोगिता

P.T.O

(1) ओजाइव वक्र आवृत्ति वितरणों को चित्र द्वारा प्रस्तुत करने की विधि है।

(2) इस वक्र की सहायता से मध्यका, चतुर्थक, दशमक, शतमक आदि अनुमानित किए जा सकते हैं।

उदाहरण – निम्न आवृत्ति वितरण से एक ओजाइव वक्र बनाइए तथा उस वक्र से मध्यका आय का आकलन कीजिए :

आय वर्ग	आवृत्ति
0 – 200	10
200 – 400	15
400 – 600	22
600 – 800	33
800 – 1000	20
1000 – 1200	13
1200 – 1400	10
1400 – 1600	8
1600 – 1800	9

हल – पहले श्रेणी को संचयी आवृत्ति श्रेणी 'से कम' रूप में परिवर्तित करेंगे। प्राप्त संचयी आवृत्ति को x की उच्च सीमा पर प्रांकित करेंगे।

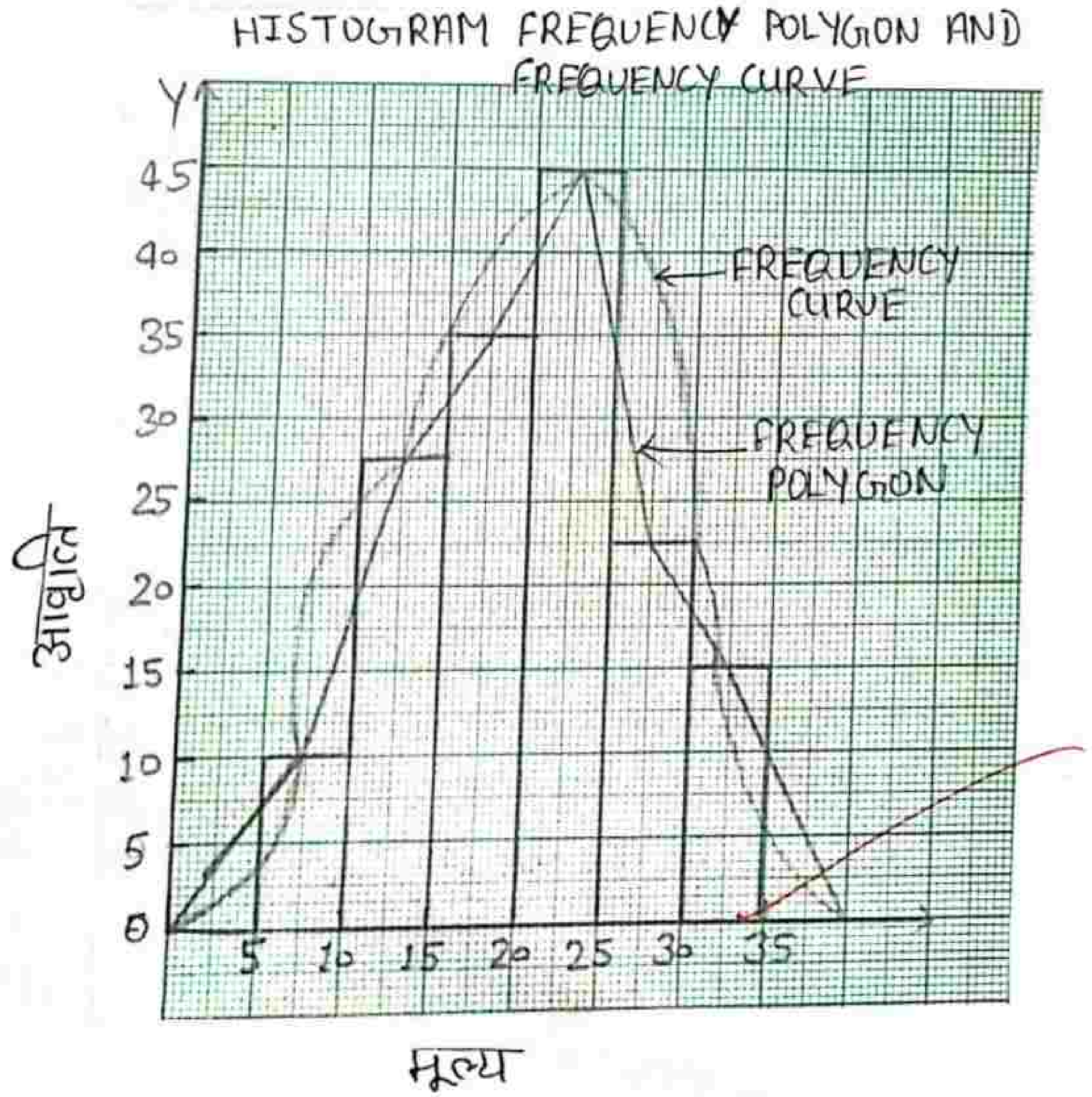
आय वर्ग 'से कम'	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800
संचयी आवृत्ति (CF)	10	25	47	80	100	113	123	131	140

मध्यका $M = \frac{N}{2} = \frac{140}{2}$ = 70 वें पद का मूल्य = ₹ 739

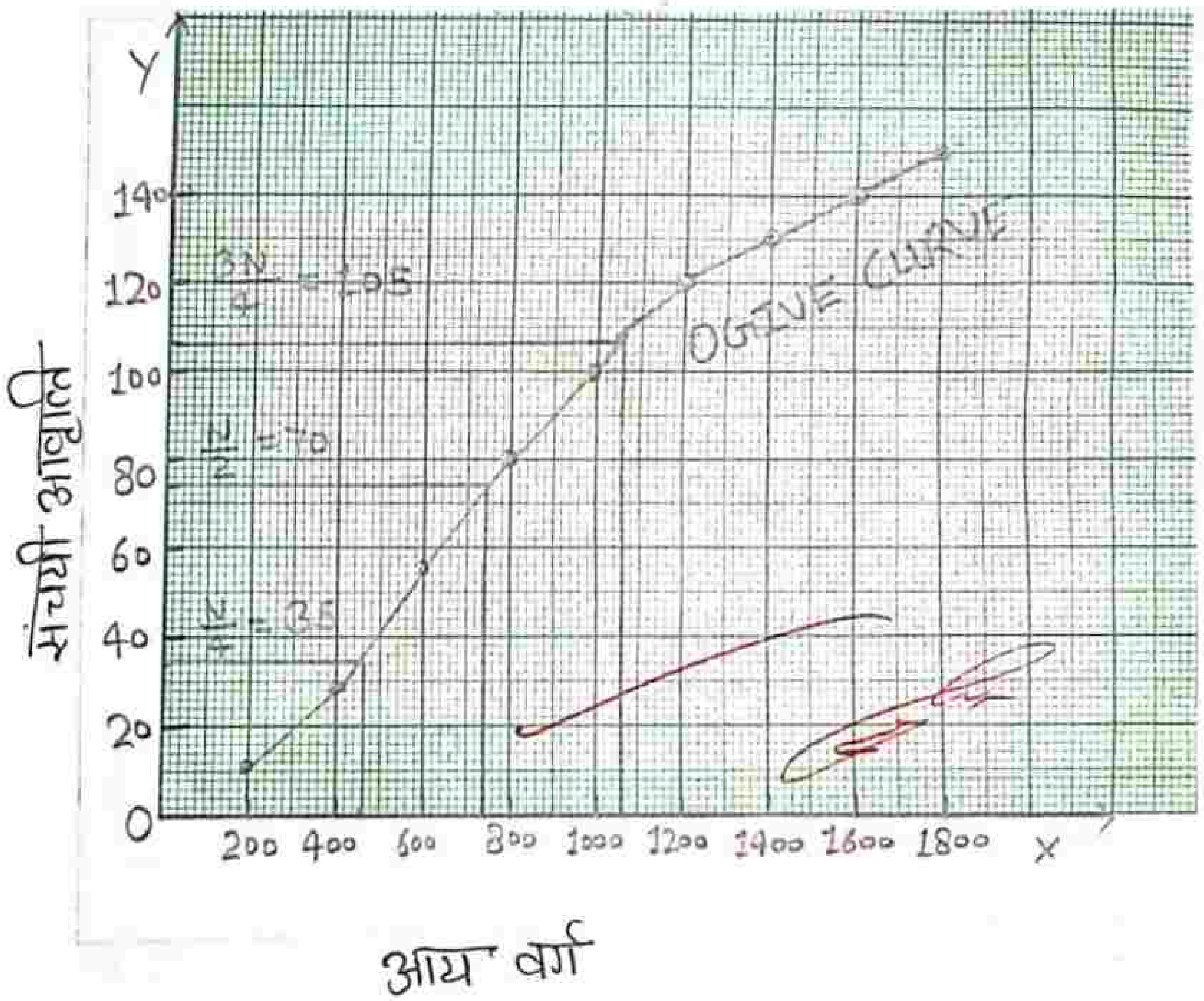
प्रथम चतुर्थक $Q_1 = \frac{N}{2} = \frac{140}{4}$ = 35 वें पद का मूल्य = ₹ 491

तृतीय चतुर्थक $Q_3 = \frac{3N}{4} = \frac{3 \times 140}{4}$ = 105 वें पद का मूल्य = ₹ 1077

⇒ आवृत्ति वक्र



⇒ ओजाइव वक्र



उदाहरण — निम्न आँकड़ों को 'से अधिक' संचयी आवृत्ति बहुभुज द्वारा प्रदर्शित कीजिए—

वर्ग	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
आवृत्ति	4	6	10	10	25	22	18	5

हल —

वर्ग	आवृत्ति	'से अधिक' संचयी आवृत्ति
0 से अधिक	4	100 (5+18+22+25+10+10+6+4)
5 "	6	96 (5+18+22+25+10+10+6)
10 "	10	90 (5+18+22+25+10+10)
15 "	10	80 (5+18+22+25+10)
20 "	25	70 (5+18+22+25)
25 "	22	45 (5+18+22)
30 "	18	23 (5+18)
35 "	5	5
योग	100	

P.T.O

उदाहरण – नीचे दिए गए आँकड़ों की सहायता से 'से कम' तथा 'से अधिक' संचयी आवृत्ति वक्र बनाइए तथा मध्यका व चतुर्थक ज्ञात कीजिए

प्राप्तांक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
छात्रों की संख्या	7	12	16	26	20	11	8

हल –

'से कम'	10	20	30	40	50	60	70
	7	19	35	61	81	92	100
'से अधिक'	0	10	20	30	40	50	60
CF	100	93	81	65	39	19	9

पहले श्रेणी को 'से कम' एवं 'से अधिक' संचयी आवृत्ति में बदलकर दोनों को बिन्दुरेखा पर अंकित करेंगे। यदि बिन्दु से x - अक्ष पर लम्ब डालें तो मध्यका का मूल्य ज्ञात होगा और यदि y - अक्ष पर लम्ब डालें तो मध्यका संख्या का माप प्राप्त होगा।

मध्यका $M = \frac{N}{2} = \frac{100}{2}$ = 50 वें पद का मूल्य

= 35.77 अंक

प्रथम चतुर्थक $Q_1 = \frac{N}{4} = \frac{100}{4}$

= 25 वें पद का मूल्य

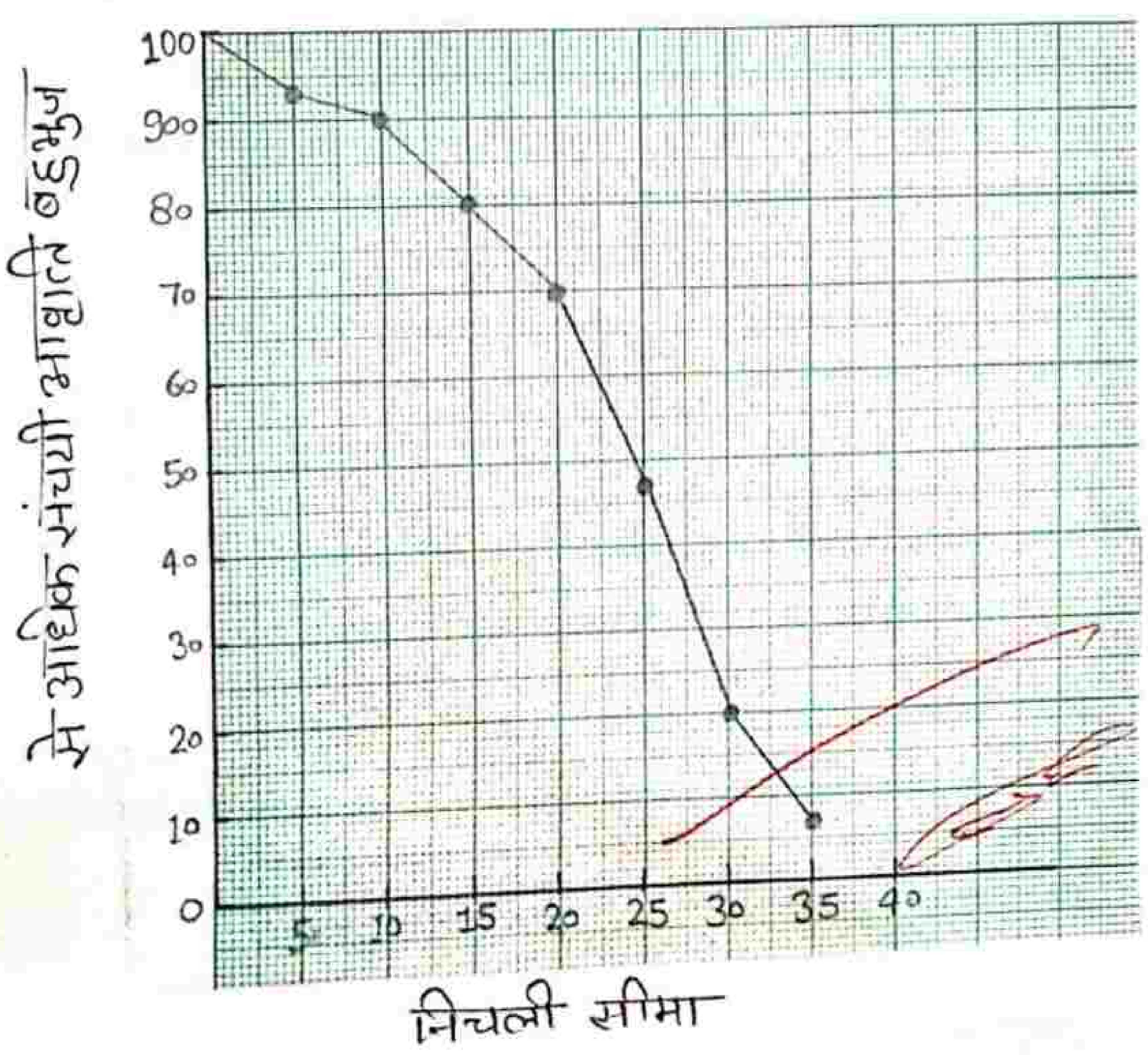
= 23.75 अंक

तृतीय चतुर्थक $Q_3 = \frac{3N}{4} = \frac{3 \times 100}{4}$

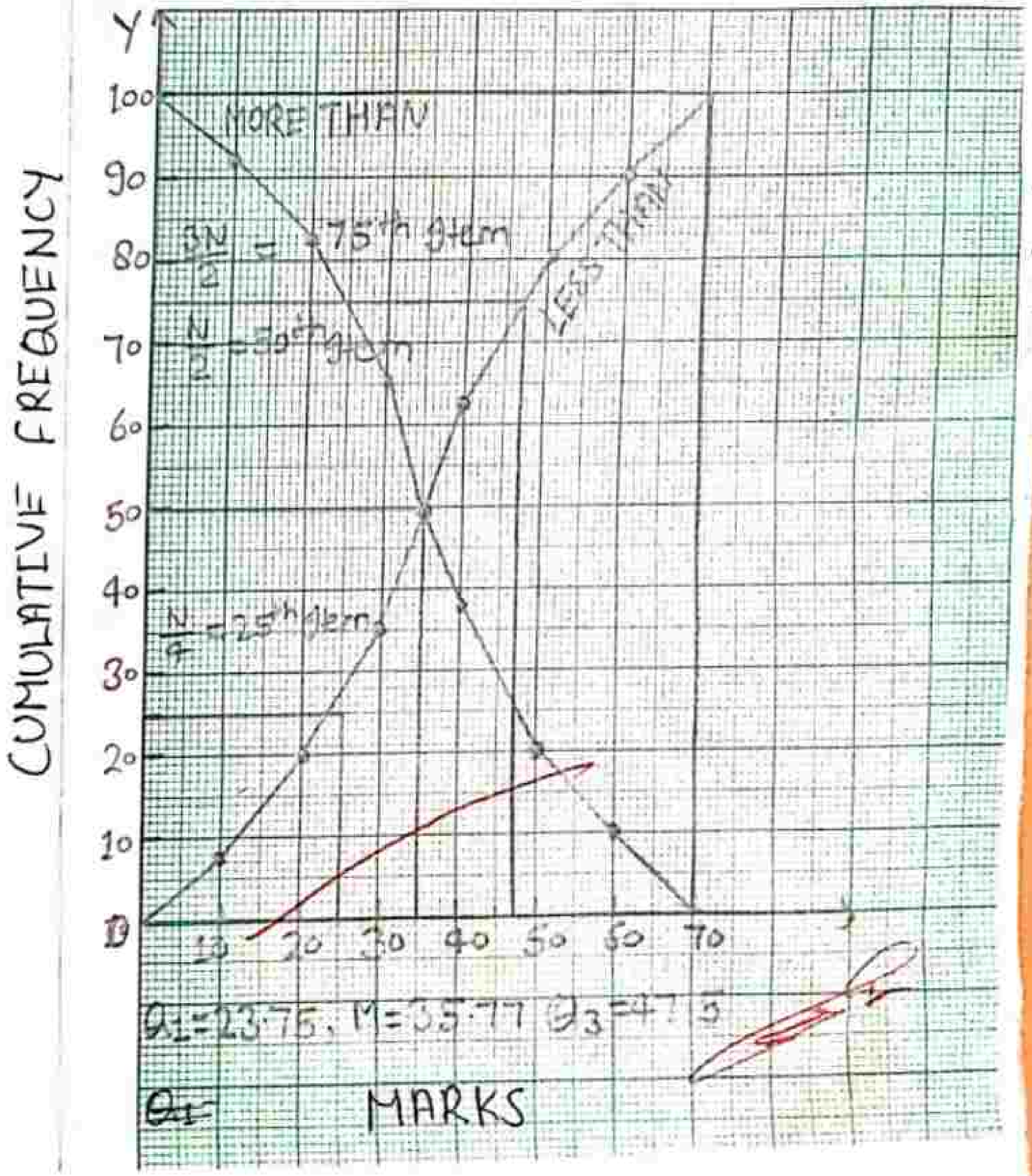
= 75 वें पद का मूल्य

= 47.5 अंक

⇒ से अधिक संचयी आवृत्ति बहुभुज



⇒ 'से कम' तथा 'से अधिक' संचयी आवृत्ति वक्र



⇒ विभाजन मूल्य :—

मध्यका वितरण के मध्य पद का मूल्य होता है और वह वितरण को दो भागों में विभक्त कर देता है। मध्यका की भांति स्थिति की अन्य मापें भी होती हैं, जिनका प्रयोग सांख्यिकीय विश्लेषण में किया जाता है। एक वितरण को चार, पाँच, आठ, 10 यहाँ तक कि 100 भागों में विभक्त किया जा सकता है। ये मापें निम्न हैं। —

मापों का नाम	मापों की संख्या	समान भाग जिसमें वितरण को विभक्त किया जाए
मध्यका	1	2
चतुर्थक	3	4
पंचमक	4	5
षष्ठमक	5	6
सप्तमक	6	7
अष्टमक	7	8
दशमक	9	10
शतमक	99	100

इन मापों का संक्षिप्त विवरण निम्न प्रकार है—

1. **चतुर्थक** — यदि श्रेणी को चार समान भागों में विभक्त किया जाए तो उसमें तीन चतुर्थक होंगे। इन्हें Q_1, Q_2 तथा Q_3 कहा जाता है।

2. **पंचमक** — यदि श्रेणी को पांच समान भागों में विभक्त किया जाए तो उसमें चार ~~चु~~ चतुर्थक होंगे इन्हें Q_1, Q_2, Q_3 तथा Q_4 कहा जाता है।

3. **षष्ठमक** — यदि श्रेणी को 6 समान भागों में विभक्त किया जाए तो उसमें 5 चतुर्थक होंगे

4. सप्तमक – यदि श्रेणी को 7 भागों में विभक्त किया जाए तो उसमें एक भाग को सप्तमक कहते हैं। गणना किए गए सप्तमकों की संख्या 6 होती है।

5. अष्टमक – यदि श्रेणी को 8 समान भागों में विभक्त किया जाए तो उसमें सात अष्टमक होंगे। इन्हें $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7$ कहा जाता है।

6. दशमक – ये वे चर मूल्य हैं जो श्रेणी को 10 बराबर भागों में बांटते हैं और इसमें 9 दशमक होते हैं। इन्हें $D_1, D_2, D_3 ------ D_9$ कहा जाता है।

7. शतमक – यदि श्रेणी को समान 100 भागों में बाँटा जाए तो 99 शतमक होंगे। इन्हें $P_1, P_2, P_3 ------- P_{99}$ कहा जाता है।

उदाहरण – 1 – निम्न समंकों से Q_1 तथा Q_3 ज्ञात कीजिए।

X	12	16	28	20	13	25	30	32	15	18	21

हल –

Item Array :

व्यक्तिगत श्रेणी –

S. No.	X (Size)
1	12
2	13
3	15
4	16
5	18
6	20
7	21
8	25
9	28
10	30
11	32
N = 11	

$Q_1 \text{ No} = \left(\frac{N+1}{4}\right) \times 1$

$= \left(\frac{11+1}{4}\right) \times 1$

= 3rd Item

$Q_1 = 15$

$Q_3 \text{ No} = \left(\frac{N+1}{4}\right) \times 1$

$= \left(\frac{11+1}{4}\right) \times 3$

= 9th Item

$Q_3 = 28$

खण्डित श्रेणी –

उदाहरण –2 निम्न आँकड़ों का Q_1 तथा Q_3 ज्ञात कीजिए —

X	5	10	15	20	25	30	35	40
F	2	3	4	6	10	7	4	3

हल – Calculation of Q_1 & Q_3

X	5	10	15	20	25	30	35	40
F	2	3	4	6	10	7	4	3
CF	2	5	9	15	25	32	36	39

Q_1 No $= \left[\frac{N+1}{4}\right]$

$= \left[\frac{39+1}{4}\right]$

= 10th Item

Q_1 = 10वाँ पद 15 संचयी आवृत्ति में उपलब्ध है।

अतः इसके सम्मुख अंकित पद मूल्य 20 है, 30 Q_3 होगा।

जिसमें Q_1 का मान कहा जाएगा।

$Q_1 = 20$

Q_3 No. $= 3 \times \left[\frac{N+1}{4}\right]$

$= \left[\frac{39 * 1}{4}\right] \times 3$

= 30 th Item

Q_3 = 30वाँ पद 32 संचयी आवृत्ति में

अतः इसके सम्मुख वाला पद

$Q_3 = 30$

सतत श्रेणी –

उदाहरण – निम्न श्रेणी से प्रथम व तृतीय चतुर्थक ज्ञात कीजिए :

Size	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
F	44	60	36	44	18

हल –

Cummulative Frequeny Table

C.I	F	CF
0–10	44	44
10–20	60	104
20–30	36	140
30–40	44	184
40–50	18	202
	N = 202	

Calculation of Q_1:

Q_1 No. $= \left(\frac{N}{4}\right) \times 1$

$= \left(\frac{202}{4}\right) \times 1 = 50.5$th Item

Q_1 group $= 10-20$

$Q_1 = l_1 + \frac{i}{F}(Q_1 \text{ No.} - C)$

$= 10 + \frac{10}{60}(50.5 - 44)$

$= 10 + \frac{10 \times 6.5}{60}$

$= 10 + 1.08 = \boxed{11.08}$

Calculation of Q_3:

Q_3 No. $= \left(\frac{N}{4}\right) \times 3$

$= 151.5$th Item

Q_3 group $= 30-40$

$Q_3 = l_1 + \frac{i}{F}(Q_3 \text{ No.} - C)$

$= 30 + \frac{10}{44}(15.5 - 140)$

$= 30 + \frac{10 \times 11.5}{44}$

$= 30 + 2.61 = \boxed{32.61}$

⇒ केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप, अपकिरण एवं सह-सम्बन्ध —

केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप —

भूगोल में आँकड़े विभिन्न प्रकार के होते हैं। किन्हीं दो समुच्चयों के आँकड़ों की तुलना या किसी समुच्चय में दिए गए आँकड़ों की विशिष्टता को स्पष्ट करना न तो आँकड़ों के आरेखीय प्रदर्शन से सम्भव नहीं होता है। केन्द्रीय प्रवृत्ति के निम्न 3 रूप हैं।

(I) औसत या माध्य (II) माध्यिका (III) बहुलक.

⇒ माध्य —

केन्द्रीय प्रवृत्तियों को मापना माध्य कहा जाता है।

(1) व्यक्तिगत श्रेणी — इस श्रेणी के अन्तर्गत संख्याओं का कोई भी क्रम आ सकता है —
उदाहरण — 8, 10, 25, 5, 0, 1, 18, 3, 19, 21

(2) खण्डित श्रेणी — खण्डित श्रेणी में पदों की इकाइयों के बीच व्यवस्था एवं सम्बन्ध बना रहता है
उदाहरण — एक क्षेत्र विशेष में रहने वाले परिवार के सदस्यों की संख्या :

सदस्य (x)	2	16	20	24
परिवार (Fm)	4	1	5	3

x = Value of time
f = Frequency

(3) सतत श्रेणी — सतत श्रेणी में वर्गान्तराल होता है।
उदाहरण — कक्षा में छात्रों की ऊँचाई

छात्रों की संख्या (x)		ऊँचाई (c.m) [F]	
100 – 110	140 – 150	8	5
110 – 120	150 – 160	10	2
120 – 130		15	
130 – 140		10	

आवृत्ति योग $\Sigma f = 50$

⇒ **माध्यिका** – माध्यिका से तात्पर्य किसी पदमाला के मध्य मूल्य से है

उदाहरण – निम्नांकित विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंको की माध्यीका ज्ञात कीजिए –

18, 20, 30, 28, 22, 30, 34, 38, 36, 32, 40

आरोही क्रम – 18, 20, 22, 28, 30, 30, 22, 34, 36, 38, 40

$\frac{N+1}{2} = \frac{11+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$ वाँ पद

30 (माध्यिका)

असतत श्रेणी-

उदाहरण – निम्न आँकड़ों से माध्यिका ज्ञात कीजिए।

वर्षा की मात्रा (M.M)	वर्षा के दिन (बारम्बारता)
4	8
5	11
6	3
7	10
8	7
9	6
10	12
11	5
12	15

हल –

वर्षा की मात्रा (M.M)	वर्षा के दिन (बारम्बारता)	संचयी बारम्बारता
4	8	8
5	11	19
6	3	22
7	10	32
8	7	39
9	6	45
10	12	57
11	5	62
12	15	77

$\Rightarrow M = \frac{N+1}{2} = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$ वाँ पद

5वें पद की संचयी बारम्बारता 39 है जो माध्यिका है

सतत श्रेणी

उदाहरण – निम्न तालिका से माध्यिका ज्ञात कीजिए।

वर्ग अन्तराल	छात्र संख्या
0 – 10	26
10 – 20	50
20 – 30	80
30 – 40	24
40 – 50	20

हल–

वर्गअन्तराल (C.I.)	छात्र संख्या (F)	संचयी बारम्बारता (C)
0–10	26	26
10–20	50	76
20–30	80	156
30–40	24	180
40–50	20	200

माध्यिका पद $\frac{N}{2} = \frac{200}{2} = 100$वाँ पद जो 20 –30 के वर्ग अन्तराल में है।

$M = L + \frac{\frac{N}{2} - C}{F} \times i$

$M = 20 + \frac{100-76}{80} \times 10$

$M = 20 + \frac{24}{80} \times 10$

$M = 20 + 3 = 23$

माध्यिका → 23

⇒ बहुलक –

बहुलक वह मान है जो पदमाला में सर्वाधिक बार आता है।

कैनी तथा कीपिंग – "किसी भी वितरण के चर का वह मूल्य है जिसकी आवृत्ति सर्वाधिक हो बहुलक कहलाता है।

व्यक्तिगत श्रेणी –

उदाहरण – निम्न आयु वर्ग की सारणी बनाकर बहुलक ज्ञात कीजिए :

आयु	14	16	18	20	22	24	26	28
आवृत्ति	10	20	8	23	21	19	12	10

सारणी

क्रम सं. (i)	आयु (ii)	आवृत्ति (iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	मान (ix)		क्रम सं.
1	14	10	30		38			—	–	1
2	16	20		28		51		—	–	2
3	18	8	31				52	I	1	3
4	20	23		44	63			IIII	4	4
5	22	21	40					IIIII	5	5
6	24	19		31		52	41	III	3	6
7	26	12	22					I	1	7
8	28	10						—	–	8

⇒ असतत श्रेणी –

उदाहरण – निम्नांकित बहुलक ज्ञात कीजिए :

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0 – 5	5
5 – 10	8
10 – 15	15
15 – 20	7
20 – 25	6
25 – 30	8
30 – 35	13
35 – 40	9
40 – 45	5

हल –

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0 – 5	5
5 – 10	8
10 – 15	15
15 – 20	7
20 – 25	6
25 – 30	8
30 – 35	13
35 – 40	9
40 – 45	5

$$Z = L + \frac{F_1 - f_0}{2F_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$Z = 10 + \frac{15-8}{2\times 15 - 8 - 7} \times 5$$

$$= 10 + \frac{7}{15} \times 5$$

$$= 10 + \frac{7}{3}$$

$$= 10 + 2 \cdot 33$$

$$= 12 \cdot 33$$ बहुलक

⇒ बहुलक का ग्राफ प्रदर्शन –

ये ग्राफ द्वारा भी प्रदर्शित किया जा सकता है।

उदाहरण – निम्न आँकड़ों की सहायता से ग्राफ विधि से बहुलक ज्ञात कीजिए

वर्ग अन्तराल (C.I)	बारम्बारता (F)
0 – 20	6
20 – 40	9
40 – 60	11
60 – 80	15
80 – 100	20
100 – 120	15
120 – 140	10
140 – 160	8
160 – 180	6

हल –

$$Z = L + \frac{F_1 - f_0}{2F_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 80 + \frac{20-15}{4-15-15} \times 10$$

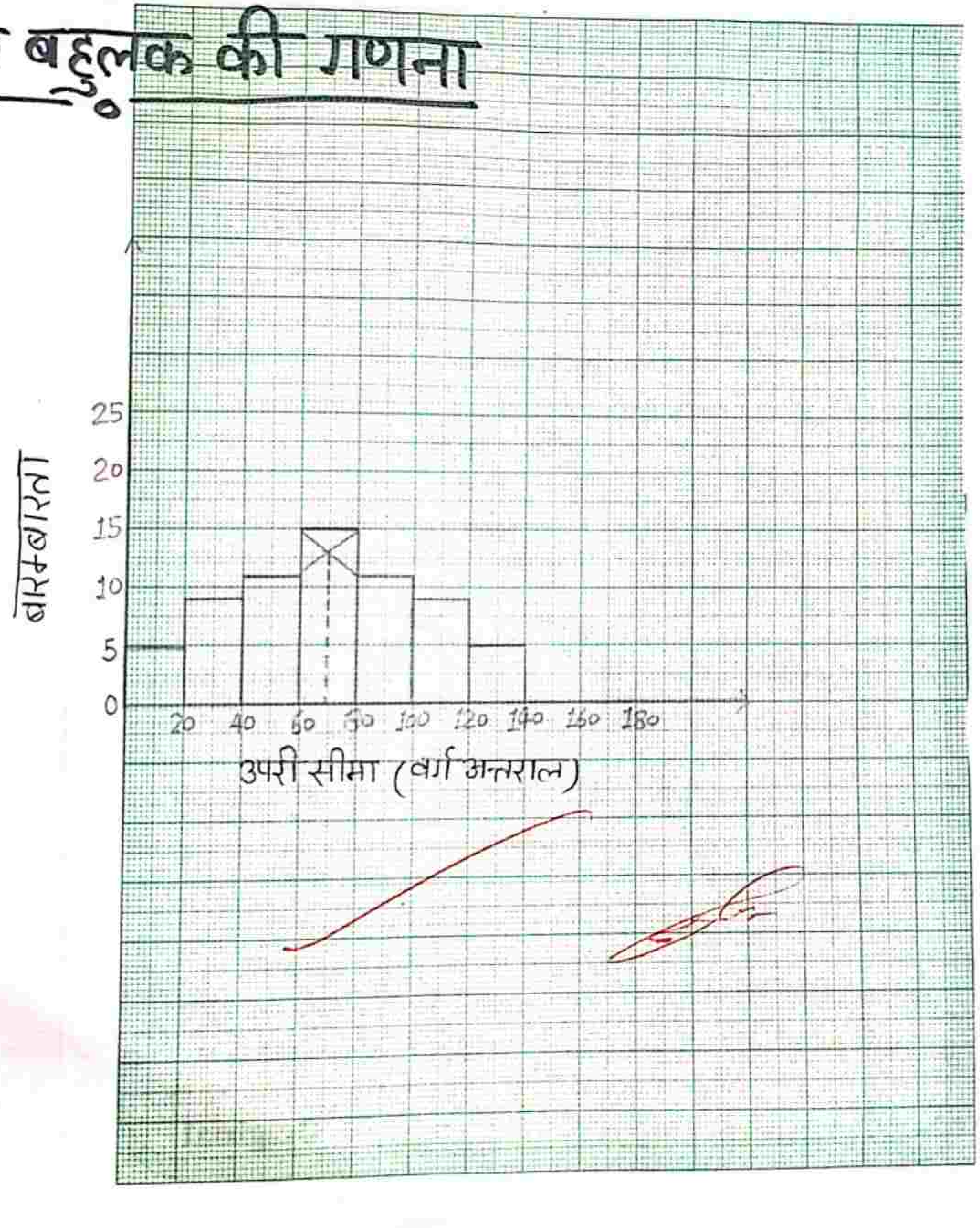
$$= 80 + \frac{5}{10} \times 10$$

$$= 80 + 5$$

$$= 85$$

बहुलक = 85

✱ ग्राफ द्वारा बहुलक की गणना



⇒ अपकिरण का अर्थ एवं परिभाषा –

केन्द्रीय प्रवृत्तियों की विभिन्न मापें समंकमाला के वास्तविक मूल्यों पर आधारित रहती है। अतः उन्हें प्रथम श्रेणी का माध्य कहते हैं। अपकिरण की मापें 2nd श्रेणी की ~~मध्यें~~ कह माध्य कहलाती हैं।
बॉउले के अनुसार – 'अपकिरण पदों की विचलनशीलता की माप है"।

⇒ मानक विचलन –

"समान्तर माध्य से प्राप्त विभिन्न विचलनों के वर्गों के माध्य का वर्गमूल ही मानक विचलन है"।

उदाहरण – निम्नलिखित विद्यार्थियों की (व्यक्तिगत श्रेणी) से मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

Student	weight (k.g)	विचलन (d)	विचलन का वर्ग (d^2)
1	34	−6	36
2	36	−4	16
3	38	−2	.4
4	40	0	0
5	42	2	4
6	45	5	25
7	46	6	36
8	43	3	.9
9	39	−1	1
10	37	−3	9
N = 10	$\Sigma x = 400$		$d^2 = 140$

$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}$

$\sigma = \sqrt{\frac{140}{10}}$

$\sigma = \sqrt{14}$

$\sigma = 3.741$

मानक विचलन = 3.741

विचरण गुणांक –

"विचरण गुणांक माध्य में होने वाल प्रतिशत विचरण है, जबकि मानक विचलन को माध्य में होने वाला कुल विचरण पाया जाता है"।

उदाहरण – निम्न सारणी से मानक विचलन तथा विचरण-गुणांक ज्ञात कीजिए –

प्राप्तांक (से अधिक)	0	10	20	30	40	50	60	70
विद्यार्थियों की संख्या	100	90	75	50	25	15	5	0

हल –

प्राप्तांक x	आवृत्ति F	माध्य-मूल्य MV	35 से विचलन X−A	पद विचलन (i/10) d'x	गुणनफल F×d'x	Fd'x×d'x Fd'^2x
0−10	10	5	−30	−3	−30	90
10−20	15	15	−10	−2	−30	60
20−30	25	25	−20	−1	−25	25
30−40	25	35	0	0	0	0
40−50	10	45	+10	+1	+10	10
50−60	10	55	+20	+2	+20	40
60−70	5	65	+30	+3	+15	45
70−80	0	75	+40	+4	0	0
Total	N = 100				$\Sigma fd'x = -40$	$\Sigma fd'^2x = 270$

$a = x + \frac{\Sigma fd'x}{N} \times i = 35 + \frac{-40}{100} \times 10 = 35 - 4 = 31$ अंक

$\sigma = i = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x}{N} - \left[\frac{\Sigma fd'x}{N}\right]^2} = 10 \times \sqrt{\frac{270}{100} - \left[\frac{+40}{100}\right]^2}$

$\sigma = 10 \times \sqrt{2.7 - 0.16} = 10 \times 1.59 = 10 \times \sqrt{2.54} = 15.9$

Co-efficient of Valuation :—

$\therefore V = \frac{\sigma}{a} \times 100 = \frac{15.9}{31} \times 100 = \frac{1590}{31} = 51.29$

प्रयोग संख्या - 3

⇒ प्रायिकता - प्रायिकता की अवधारणा

प्रायिकता सिद्धान्त के अध्ययन की प्रेरणा सबसे पहले जुआरियों से मिली थी। अन्धविश्वास पर आस्था रखने वाले 17वीं सताब्दी के कुछ जुआरी जुए में जीतने के अवसरों से सम्बन्धित समस्याओं का निवारण कराने के लिए तत्कालीन प्रसिद्ध गणितज्ञों के पास जाते थे उस शताब्दी में इस सिद्धान्त का जन्म हुआ। फ्रांसीसी रईस एन्टोयनो गोमबाल्ड, जिसे चेवलेयर D मेरे के नाम से जाना जाता था उसने अवसर के खेल के विषय में कुछ प्रश्न उठाए। विशेषकर एक जोड़ी पासे को 24 बार फेंकने में 2-6 आने की सम्भावना उसके लिए एक पहेली बनी हुई थी। D मेरे ने यह प्रश्न एक फ्रांसीसी युवा गणितज्ञ Blaise Pascal के समक्ष उठाया, जिसने उस पहेली का हल निकाला।

⇒ अर्थ एवं परिभाषा -

प्रायिकता सिद्धान्त के विकास का एक प्रमुख कारण जीवन के लगभग हर एक पहलू में दैव तत्व की उपस्थिति रहना है। एक स्थिति दैव होती है अगर उसके परिणाम अवसर पर निर्भर करते है। सारे सम्बन्ध परिणाम पूर्व ही ज्ञात हो सकते हैं, लेकिन किसी प्रयोग में एक घटना का क्या परिणाम होगा, पूर्व-निर्धारित न किया जा सकता हो। फिर भी प्रक्रिया में कुछ नियमितता पायी जाती है, जिससे प्रत्येक सम्भव परिणाम को प्रायिकता अंश दिया जा सकता है।

गोथे ने कहा है, " अज्ञानता में कार्य करने से अधिक डर की बात और कोई नहीं हैं। सम्भावनाओं के रूप में तर्क करने की अनिश्चितता अथवा अज्ञान को कम करने का प्रयत्न किया जाता है। सांख्यिकी विज्ञान में "सम्भावना" अथवा प्रायिकता शब्द का अर्थ अधिक सूक्ष्म है। सांख्यिकी में प्रायिकता किसी एक घटना के घटने की निश्चितता नापने की एक संख्यात्मक माप है।"

⇒ प्रायिकता की माप –

प्रायिकता की मुख्य विधि निम्न है जो प्रायिकता माप दर्शाता है—

(1) तर्कपूर्ण या स्वयंसिद्ध प्रायिकता –

प्रायिकता सिद्धान्त का विकास जुए के खेलों के कारण हुआ था अतएव प्रायिकता के मापने की विधि जुए की दशाओं के अनुरूप ही विकसित हुई है। प्रायिकता मापने की इस विधि को प्राचीन प्रायिकता विचार कहते हैं। ऐसी स्थिति में, किसी एक घटना के घटने की प्रायिकता, उस घटना के अनुकूल परिणामों की संख्या का सभी सम्भव परिणामों की संख्या से अनुपात होता है, जबकि उनमें प्रत्येक परिणाम घट सकता है।

⇒ प्रायिकता सिद्धान्त का महत्व –

वर्तमान युग में प्रायिकता सिद्धान्त की उपयोगिता मात्र सटोरियों, जुआरियों व ताश खेलने वालों तक ही सीमित नहीं रह गई है बल्कि इसका उपयोग मानव जीवन के ऐसे प्रत्येक क्षेत्र में होने लगा है जहाँ कि किसी भी घटना के घटित होने में अनिश्चितता की स्थिति विदित रहती है। इस प्रकार वर्तमान में मानव जीवन का न तो कोई पहलू और न ही उससे जुड़ा कोई शास्त्र प्रायिकता सिद्धान्त से अछूता है इस कथन की पुष्टि कैन व कीपिंग के इस कथन से होती है—

" प्रायिकता सिद्धान्त आधुनिक गणित की अत्यन्त रोचक शाखाओं में से एक और ज्ञान के अनेक क्षेत्रों में अनुप्रयोगों के लिए महत्वपूर्ण है। यह केवल बीमा सिद्धान्त व सांख्यिकी में ही नहीं अपितु प्राणीशास्त्र और भौतिक विज्ञानों की अनेक शाखाओं में भी आधारभूत महत्व रखता है।"

प्रतीपगामन विश्लेषण

⇒ प्रतीपगामन एवं प्रतीपगामन विश्लेषण का आशय –

प्रतीपगामन शब्द का अर्थ 'पीछे लौटना' अथवा 'वापस आना' है इस शब्द का सर्वप्रथम प्रयोग 1877 में Sir Francis Galton ने अपने शोध लेख 'पैतृक ऊँचाई में मध्यमता की ओर प्रतीपगामन' में किया था। गाल्टन ने लगभग एक सहस्त्र पिताओं तथा पुत्रों की ऊँचाई का अन्वेषण करके यह ज्ञात किया कि "लम्बे पिताओं के पुत्र भी लम्बे होते हैं, तथा छोटे पिताओं के पुत्र भी छोटे होते हैं; परन्तु लम्बे पिताओं के पुत्रों की औसत ऊँचाई उनके पिताओं की ऊँचाई की औसत से कम होती है, तथा छोटे पिताओं के पुत्रों की औसत ऊँचाई उनके पिताओं की ऊँचाई की औसत से अधिक होती है, गाल्टन ने मानव जाति में सामान्य ऊँचाई की ओर लौटने की प्रवृत्ति को प्रतीपगामन की संज्ञा दी है।

⇒ प्रतीपगामन के उपयोग –

सांख्यिकी में 'प्रतीपगामन' का प्रयोग उन समस्त क्षेत्रों में किया जाता है जिनमें दो या दो से अधिक सम्बन्धित चरों में सामान्य माध्य की ओर वापस जाने की प्रवृत्ति पायी जाती है। वालिस एवं रॉबर्ट्स के शब्दों में, ——

"प्राय: यह ज्ञात करना अधिक महत्वपूर्ण होता है कि (दो चर मूल्यों में) वास्तविक सम्बन्ध क्या है जिसमें एक चर मूल्य (स्वतन्त्र चर मूल्य) ज्ञात होने पर दूसरे चर मूल्य (आश्रित चर मूल्य) का पूर्वानुमान किया जा सके; ऐसी दशा में प्रयोग की जाने वाली उपयुक्त तकनीकी प्रतीपगामन विश्लेषण कहलाती है"

⇒ सहसम्बन्ध तथा प्रतीपगामन के मध्य अन्तर —

(I) प्रकृति एवं मात्रा —

"सहसम्बन्ध विश्लेषण दो या अधिक तथ्यों के सह - परिवर्तन की घनिष्ठता की जाँच करता है, जबकि प्रतीपगामन विश्लेषण इस सम्बन्ध की प्रकृति तथा सीमा की माप करके हमें भावी अनुमान लगाने की क्षमता प्रदान करता है"

सहसम्बन्ध गुणांक दो चरों के मध्य सहविचरणशीलता मात्रा की माप है, जबकि प्रतीपगामन स्वतन्त्र तथा आश्रित चर के किसी मूल्य के लिए मध्य फलन सम्बन्ध स्थापित करता है।

(II) कारण - परिणाम सम्बन्ध —

सहसम्बन्ध दो चरों के मध्य सम्बन्ध की दिशा व मात्रा निश्चित करता है, परन्तु यह स्पष्ट नहीं करता है कि एक चर कारण है तथा दूसरा प्रभाव। प्रतीपगामन विश्लेषण कारण - प्रभाव सम्बन्ध को स्पष्ट रूप से इंगित करता है — एक चर को आश्रित तथा दूसरे को स्वतन्त्र माना जाता है।

⇒ प्रतीपगामन विश्लेषण के उद्देश्य —

(I) प्रतीपगामन विश्लेषण का प्रथम उद्देश्य स्वतन्त्र चर मूल्य के लिए आश्रित चर मूल्य का अनुमान करना है। यह प्रतीपगामन रेखा की सहायता से किया जाता है प्रतीपगामन रेखा x तथा y चरों के मध्य विद्यमान औसत सम्बन्ध का विवरण प्रस्तुत करती है अति सूक्ष्म रूप में कहा जा सकता है, कि यह वह रेखा है जो x के दिए गए मूल्यों के लिए y के के औसत मूल्यों का प्रदर्शन करती है।

(II) प्रतीपगमन विश्लेषण का दूसरा उद्देश्य प्रतीपगमन रेखा को अनुमान के आधार के रूप में प्रयोग करने में निहित विभ्रम की माप ज्ञात करना है। इससे x तथा y के मध्य विद्यमान सहसम्बन्ध को समझने में सहायता मिलती है।

⇒ प्रतीपगमन विश्लेषण के प्रकार –

जिस चर का अनुमान करना होता है उसे आश्रित चर कहते हैं तथा उसे y चर माना जाता है, अन्य चर जो पूर्वानुमान का आधार प्रदान करता हो उसे चर कहते हैं उसे x माना जाता है। सरल प्रतीपगमन विश्लेषण में केवल एक ही स्वतन्त्र चर होता है बहुगुणी प्रतीपगमन में दो या अधिक स्वतन्त्र चर और केवल एक आश्रित चर होता है इसके अतिरिक्त, प्रतीपगमन रेखीय हो सकता जिससे तात्पर्य है कि दो चरों के सम्बन्ध को बिन्दुरेखीय रूप में एक सरल रेखा में दर्शाया जा सकता है यदि बिन्दुरेखीय पत्र पर रेखा एक वक्र का रूप धारण करती है तो उसे वक्रीय प्रतीपगमन कहते हैं।

⇒ रेखीय प्रतीपगमन –

दो चर मूल्यों के मध्य रेखीय सम्बन्ध उस दशा में होता है जब जब स्वतन्त्र मूल्य चर (x) में एक इकाई से परिवर्तन होने पर आश्रित चर मूल्य (y) में एक निश्चित परिणाम में परिवर्तन हो। दो चर मूल्यों में रेखीय सम्बन्ध होने की दशा में प्रतीपगमन रेखाओं की सहायता में स्वतन्त्र चर-मूल्यों के दिए गए मान के आधार पर आश्रित चर मूल्यों का मान ज्ञात किया जा सकता है दो चर मूल्यों (x तथा y) को बिन्दुरेखीय पर प्रांकित करने पर एक विक्षेप चित्र बन जाता है। प्रांकित बिन्दुओं के मध्य से गुजरती हुई दो 'सर्वोच्च रेखाएँ' खींची जाती है। इन रेखाओं को 'प्रतीपगमन रेखाएँ' कहा जाता है। रेखीय प्रतीपगमन की दशा में ये रेखाएँ सरल अथवा सीधी होतीं हैं।

⇒ प्रतीपगमन रेखाएँ –

"एक चर मूल्य से दूसरे चर मूल्य का पूर्वानुमान करने में प्रयुक्त विधि में एक रेखा, जो प्रांकित बिन्दुओं के मध्य इस प्रकार खींची जाती है कि दोनों चर-मूल्यों के मध्य औसत सम्बन्ध का प्रदर्शन करैना, और उसका प्रयोग किया जाता है। इस प्रकार की रेखा को प्रतीपगमन रेखा कहते है"।

मूलत: प्रतीपगमन की दो रेखाएँ होती है, इसके वास्तव में दो कारण है:

(1-) यदि प्रतीपगमन विश्लेषण के लिए दो चरों x तथा y को लिया जाता है, तो दो प्रतीपगमन रेखाएँ होती हैं, एक रेखा x का y पर प्रतीपगमन होती है तथा दूसरी रेखा y का x पर प्रतीपगमन होती है।

(2-) दूसरा एक कारण है कि इन रेखाओं की रचना 'न्यूनतम वर्ग रीति' की इस मान्यता पर की जाती है कि खींची जाने वाली रेखा एसी होनी चाहिए कि जिससे विभिन्न बिन्दुओं के विचलनों के वर्गों का योग न्यूनतम हो। यहाँ यह ध्यान रहे कि विभिन्न बिन्दुओं के विचलनों वर्गों का योग सर्वोपयुक्त रेखा से ही न्यूनतम हुआ करता है। यह रेखा या बिन्दुओं से सर्वोपयुक्त रेखा तक के विचलनों का माप दो प्रकार से किया जा सकता है।
प्रथम, लम्बवत रूप में एवं दूसरा क्षैतिज रूप में।

प्रयोग संख्या -4

यन्त्रीय सर्वेक्षण :- सेक्सटैन्ट

सेक्सटैन्ट हाथ में लेकर उध्र्वाधर तथा क्षैतिज कोणों को मापने के लिए एक बहुत ही प्रासिद्ध, परिष्कृत व विशिष्ट यन्त्र है, जिसमें प्रयोग विधि सरल होने के साथ-2 सुप्रासिद्ध एवं शुद्धता भी बहुत है। इसका मुख्यत: प्रयोग नौकायन व जलराशिक सर्वेक्षणों में होता है।

सेक्सटैन्ट के अंशांकित चाप की लम्बाई वृत्त की परिधि के 1/6 भाग के समान होती है। इसी वजह से इसे सेक्सटैन्ट नाम से बुलाया जाता है।

सेक्सटैन्ट के प्रकार —

संरचना के विचार से सेक्सटैन्ट मुख्य रुप से तीन प्रकार का होता है —

(I) नाविक सेक्सटैन्ट (Nautical Sextant)
(II) बॉक्स " (Box ")
(III) बबुल " (Bubble ")

इसमें पहले दो का प्रयोग धरातलीय व जलराशिक सर्वेक्षण में किया जाता है जबकि बबुल का हवाई सर्वेक्षण में प्रयोग किया जाता है।

नाविक सेक्सटैन्ट

इस सेक्सटैन्ट का सर्वाधिक प्रयोग जलराशिक सर्वेक्षण में नाविक द्वारा होता है। नाविक सेक्सटैन्ट के प्रमुख अंग निम्न है—

(1) **अंशांकित चाप—** यह करीब 15cm अर्द्धव्यास वाले वृत्त का 1/6 हिस्सा होता है। इस

चाप पर शून्य अंश से दाहिनी तरफ 5° तक तथा बायीं तरफ 120° तक निशान अंकित है।

(ii) सूचक भुजा – यह अंशांकित चाप के केन्द्र के चतुर्दिक घूमती है। इसके नीचे के भाग में एक आयताकार झिरी कटी हुई होती है जिससे अंशांकित चाप के सहर पाठ्यांक पढ़े जा सकें।

(iii) क्लैम्प – सूचक भुजा के नीचे यह लगा रहता है। इसको दबाकर सूचक भुजा को अंशांकित चाप पर घुमा सकते हैं।

(iv) टेंजेन्ट पहिया – सूचक भुजा को अंशांकित चाप पर काफी धीमे से खिसकाने हेतु सेक्सटैन्ट के नीचे पहिया लगा होता है।

(v) वर्नियर – टेंजेन्ट पहिया पर एक वृत्ताकार प्लेट लगी होती है जिस पर एक-एक मिनट के अन्तराल पर 60 निशान बने होते हैं।

(vi) निर्देश दर्पण (vii) क्षितिज काँच (viii) दूरबीन (ix) आतप दर्पण (x) हत्था

सेक्सटैन्ट का सिद्धान्त

सेक्सटैन्ट का अंशांकित चाप यद्यपि वृत्त 1/6 भाग (60°) होता है लेकिन उस पर 120° तक के कोण को पढ़ सकते हैं। इसका सम्बन्ध यन्त्र में लगे दो समान्तर दर्पणों से है जो कि किसी वस्तु के प्रतिबिम्ब को दो बार परिवर्तित करते हैं जिससे दो वस्तुओं के मध्य के कोण का मान दो गुना हो जाता है। सेक्सटैन्ट की रचना प्रकाश विज्ञान के इस सिद्धान्त पर आधारित है कि अगर किसी प्रकाश किरण का एक ही तल में दो समतल दर्पण से निरन्तर दो बार परावर्तन हो जाता है, तो उस प्रकाश किरण की पहली व अन्तिम दिशाओं के मध्य के कोण का मान, दोनों दर्पणों के तलों के मध्य के कोण के मान का दो गुना होता है।

सेकसटैन्ट द्वारा कोण-मापन

(i) क्षैतिज कोण-मापन -

इस कोण के मापने के लिए सेक्सटैन्ट को क्षैतिज रूप में दाएँ हाथ में पकड़कर दूरबीन की सहायता से क्षितिज काँच के पारदर्शी वाले हिस्से से पहले बायीं तरफ या पास की वस्तु को देखें। अब क्लैम्प को दबाकर सूचक भुजा को तब तक घुमाते रहिए जब तक कि दायीं तरफ की वस्तु का प्रतिबिम्ब क्षितिज काँच के रजातित भाग पर अंकित न हो जाए।

(ii) उद्दर्वाधर कोण-मापन -

मान लीजिए कि हमें इस विधि के माध्यम से किसी इमारत की ऊँचाई ज्ञात करनी है। तो सबसे पहले इमारत के नीचे के भाग में आँख के बराबर में कोई निशान अंकित कर देते है

और आग्रलिखित सूत्र के माध्यम से इमारत की ऊँचाई ज्ञात कर सकते हैं।

$$H = d\tan\theta$$

H = ऊँचाई
d = क्षैतिज दूरी,
θ = उद्दर्वाधर कोण का मान

इसमें धरातल के नीचे से इमारत के नीचे भाग में बने निशान तक की ऊँचाई जोड़ देने से इमारत की ऊँचाई निकाल ली जाती है।

P.T.O

सेक्सटैन्ट के गुण तथा दोष —

इसके गुण तथा दोष निम्न है —

⇒ गुण –

(i) सेक्सटैन्ट के माध्यम से कोण -मापन विधि अपेक्षाकृत आसान होती है।

(ii) ~~इससे एक छोटा,~~ सेक्सटैन्ट एक छोटा, हल्का तथा सुबाह्य यन्त्र है।

(iii) इसके माध्यम से जल व थल दोनों पर कोणों को मापा जा सकता है।

(iv) सेक्सटैन्ट से उर्ध्वाधर तथा क्षैतिज दोनों तरह के कोणों को मापा जा सकता है

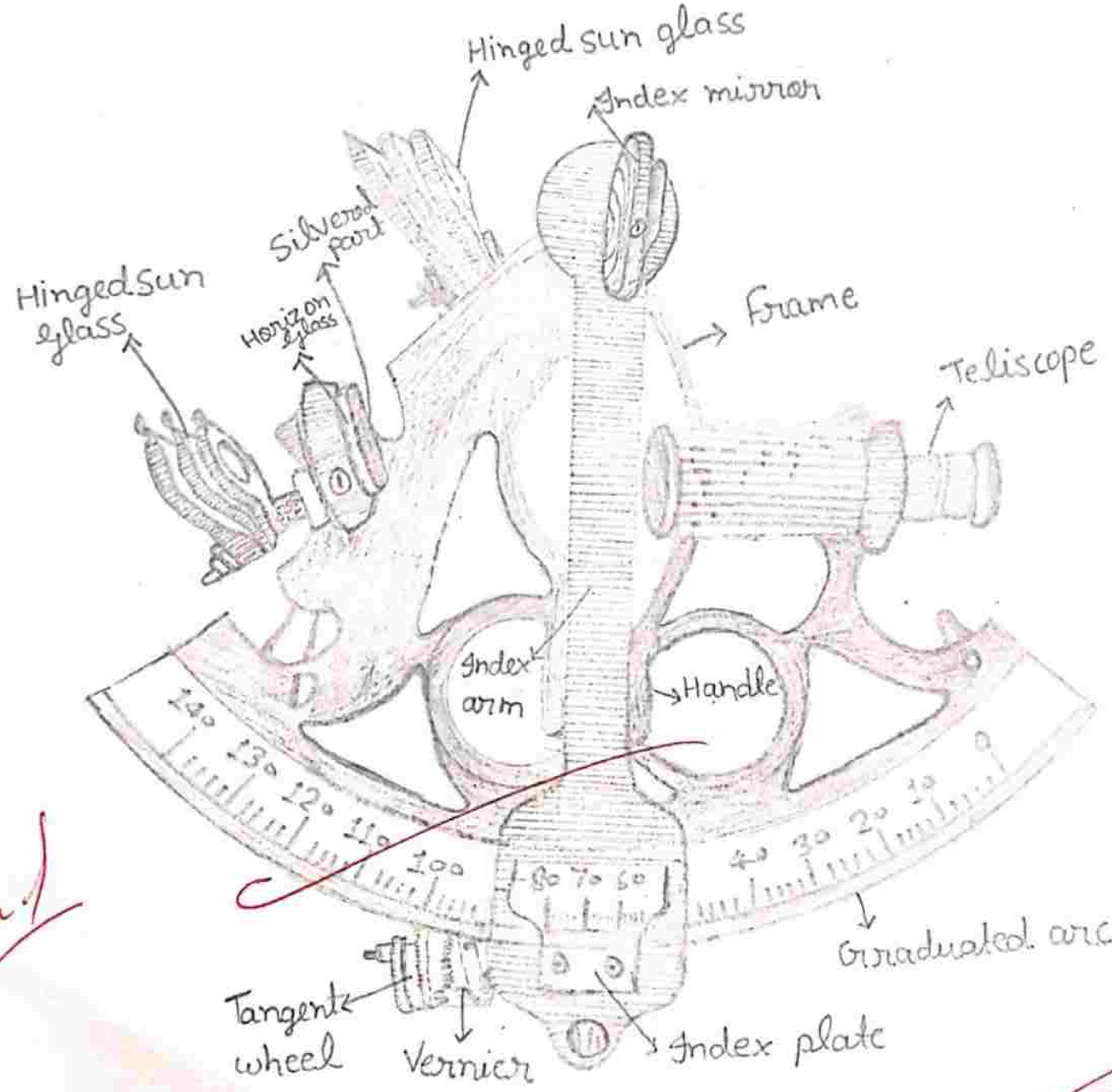
(v) " जलराशिक सर्वेक्षण के लिए सर्वाधिक उपयोगी यन्त्र है।

⇒ दोष –

(i) सेक्सटैन्ट के माध्यम से 120° से बड़े कोण को नहीं मापा जा सकता है।

(ii) सेक्सटैन्ट 15° से छोटा कोण मापने लिए एक परिशुद्ध यन्त्र नहीं है।

⇛ नाविक सेक्सटैन्ट —



Good

14/12/2022